„k” az „n”-ből rendszerek

Definíció és alkalmazási területek

Egy „n” elemből álló rendszernek legalább „k” eleme működőképes kell legyen ahhoz, hogy a rendszer működőképes legyen.

A „k” számú elem egyidejű működése szükséges lehet

- **működőképességi** okokból, pl.:
  - egy autó közlekedéséhez négy üzemképes kerék szükséges,
  - egy autóbuszjáraton a menetrend betartásához a működőképes járművek meghatározott mennyisége szükséges;
- **biztonsági** okokból, annak érdekében, hogy valamely elem meghibásodása vagy nem megfelelő működése (pl. átmeneti zavar) esetén sem léphessen fel a rendszerben veszélyeztető állapot.

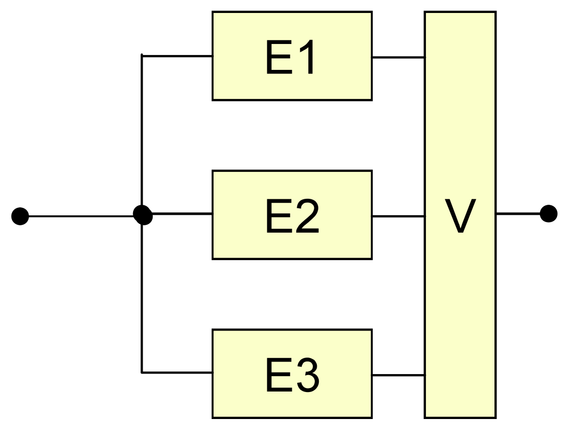
A rendszer **működőképességének**, illetve **biztonságának növelését** a minimálisan szükséges „k” számú helyett „n” számú elem alkalmazása biztosítja.

Aktív
„k” az „n”-ből rendszerek

Szavazó logikás (többségi vagy majoritásos) rendszerek

A helyes döntéshez az elemeknek legalább a fele működőképes kell, hogy legyen:

$$k \geq \frac{n+1}{2}$$

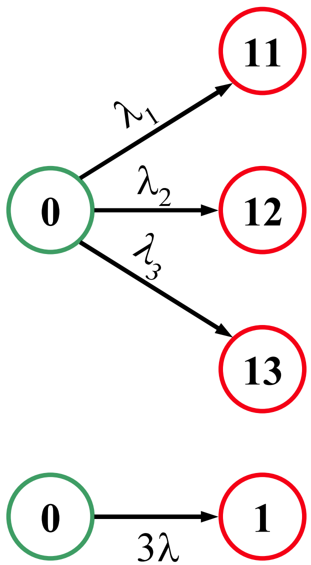


3-ból 2 rendszer

Állapotok három elem lehetséges kombinációi esetén

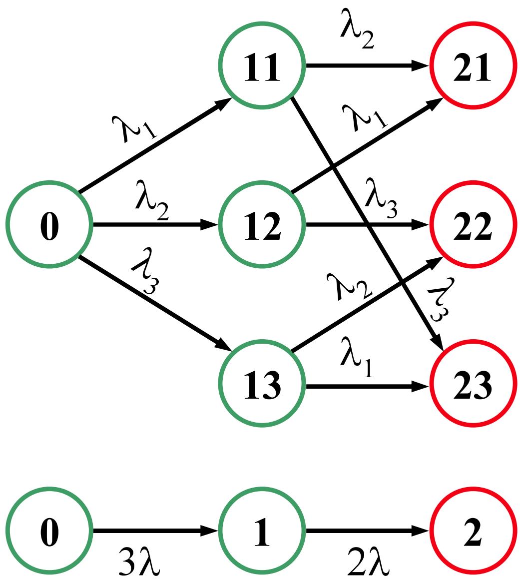
$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-k} P_i(t)$$

k=n



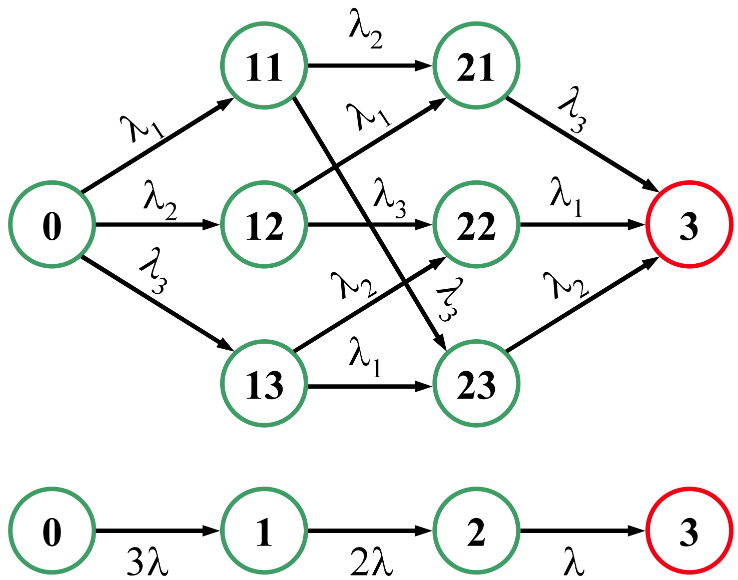
n-k=0

1<k<n



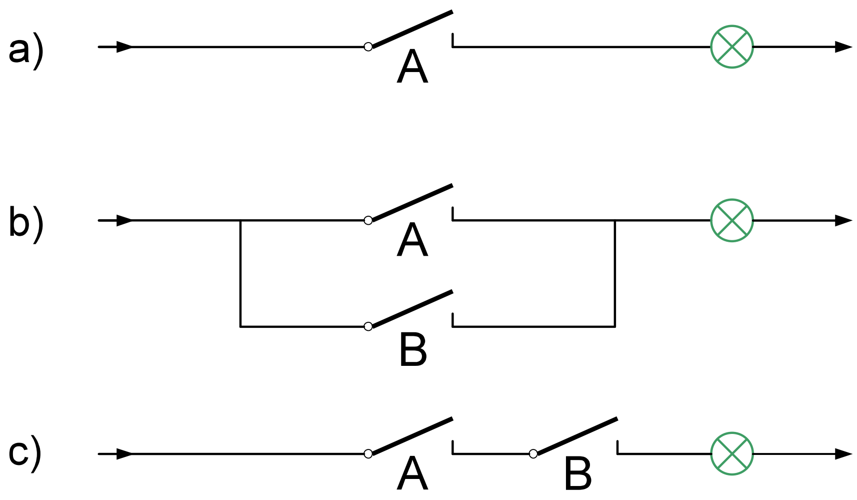
n-k=1

k=1



n-k=2

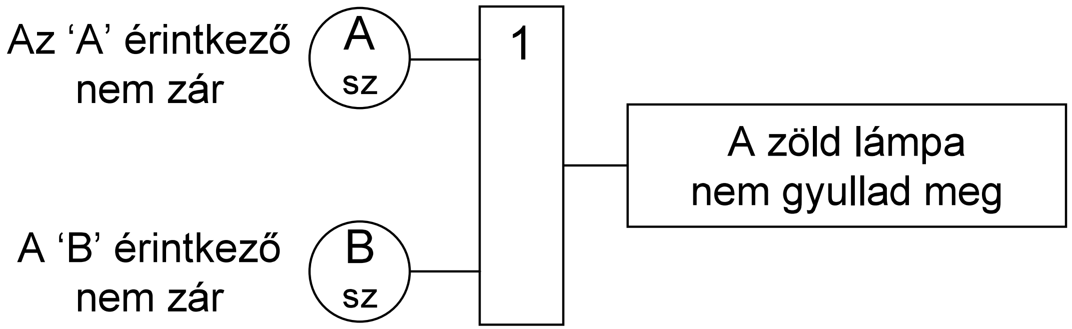
A működőképesség és a biztonság növelése



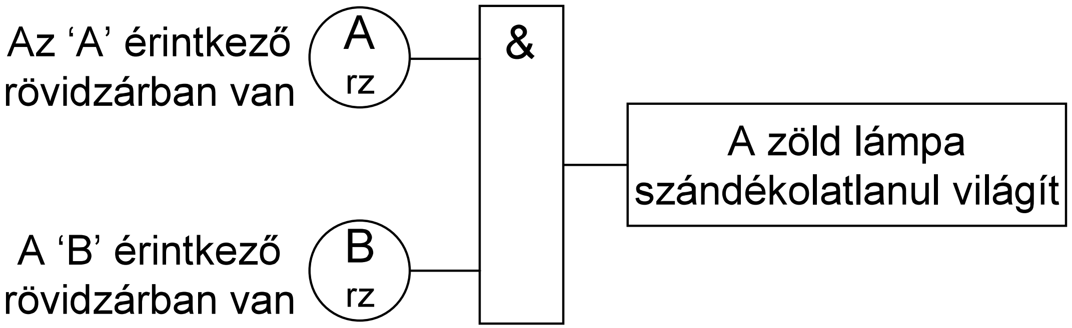
Egyszerű kapcsolás

Növelt működőképesség 2-ből 1

Növelt biztonság 2-ből 1



Hibafa a c) kapcsolásra: működőképesség



Hibafa a c) kapcsolásra: biztonság

A közlekedési folyamat működőképessége és biztonsága

Működőképesség:
a zöld lámpa meg tud gyulladni,
nem akadályozza a forgalmat

$$Feltételezés: \lambda_{Ap} = \lambda_{Bp} = \lambda_p = \lambda_{sz}$$

$$a)\ R_p(t) = e^{-\lambda_p t}$$

$$b)\ R_p(t) = 1 - \left[1 - R_{Ap}(t)\right] \cdot \left[1 - R_{Bp}(t)\right] =$$

$$= 2e^{-\lambda_p t} - e^{-2\lambda_p t}$$

$$c)\ R_p(t) = R_{Ap}(t) \cdot R_{Bp}(t) = e^{-2\lambda_p t}$$

Biztonság:
a zöld lámpa nem ég szándékolatlanul,
nem veszélyezteti a forgalmat

$$Feltételezés: \lambda_{Ad} = \lambda_{Bd} = \lambda_d = \lambda_{rz}$$

$$a)\ R_d(t) = e^{-\lambda_d t}$$

$$b)\ R_d(t) = R_{Ad}(t) \cdot R_{Bd}(t) = e^{-2\lambda_d t}$$

$$c)\ R_d(t) = 1 - \left[1 - R_{Ad}(t)\right] \cdot \left[1 - R_{Bd}(t)\right] =$$

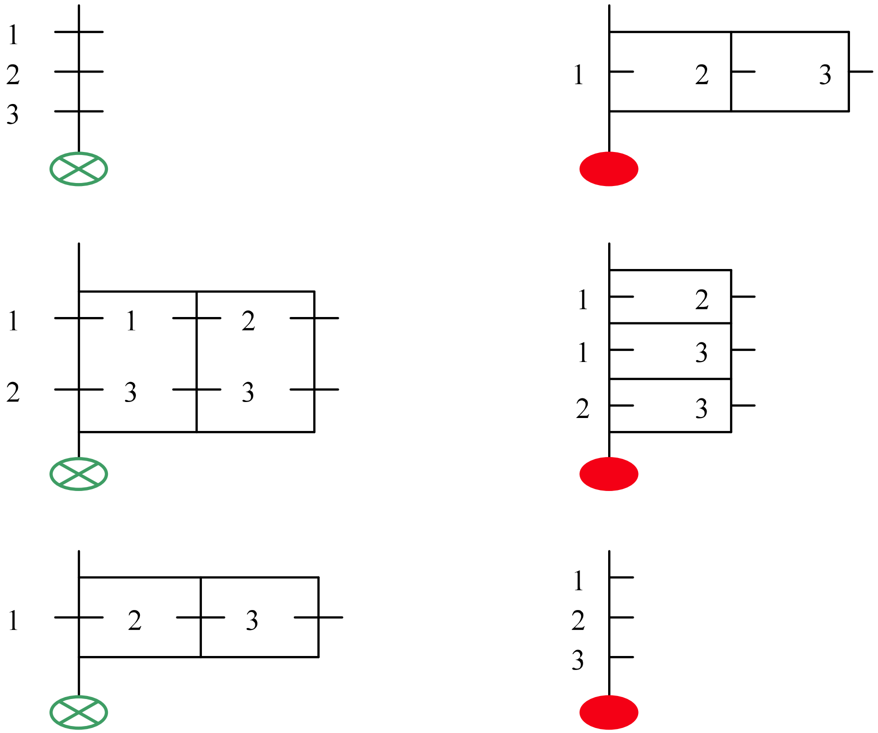
$$= 2e^{-\lambda_d t} - e^{-2\lambda_d t}$$

A közlekedési folyamat működőképessége és biztonsága

Zöld fény hiba		Vörös fény hiba	
Működő-képesség	Biztonság	Működő-képesség	Biztonság
szempontjából		szempontjából	
Nem gyullad ki	Szándékolat-lanul ég	Szándékolat-lanul ég	Nem gyullad ki
oka		oka	
szakadás	rövidzár	rövidzár	szakadás
a kapcsoló érintkezőknél			

A zöld és a vörös fény kapcsolása

a működőképesség szempontjából	a biztonság szempontjából
soros	párhuzamos
2 a 3-ból	
párhuzamos	soros



Működőképesség „k” az „n”-ből aktív redundancia esetén

A binomiális tétel alapján: $\left[R(t)+F(t)\right]^n = \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}R(t)^i F(t)^{n-i}$

A rendszer működőképes, ha $k \le i \le n$ eleme működőképes:

$$R_s(t) = \sum_{i=k}^{n}\binom{n}{i}R(t)^i\left[1-R(t)\right]^{n-i}$$

A rendszer működésképtelen, ha $0 \le i \le k-1$ eleme működőképes:

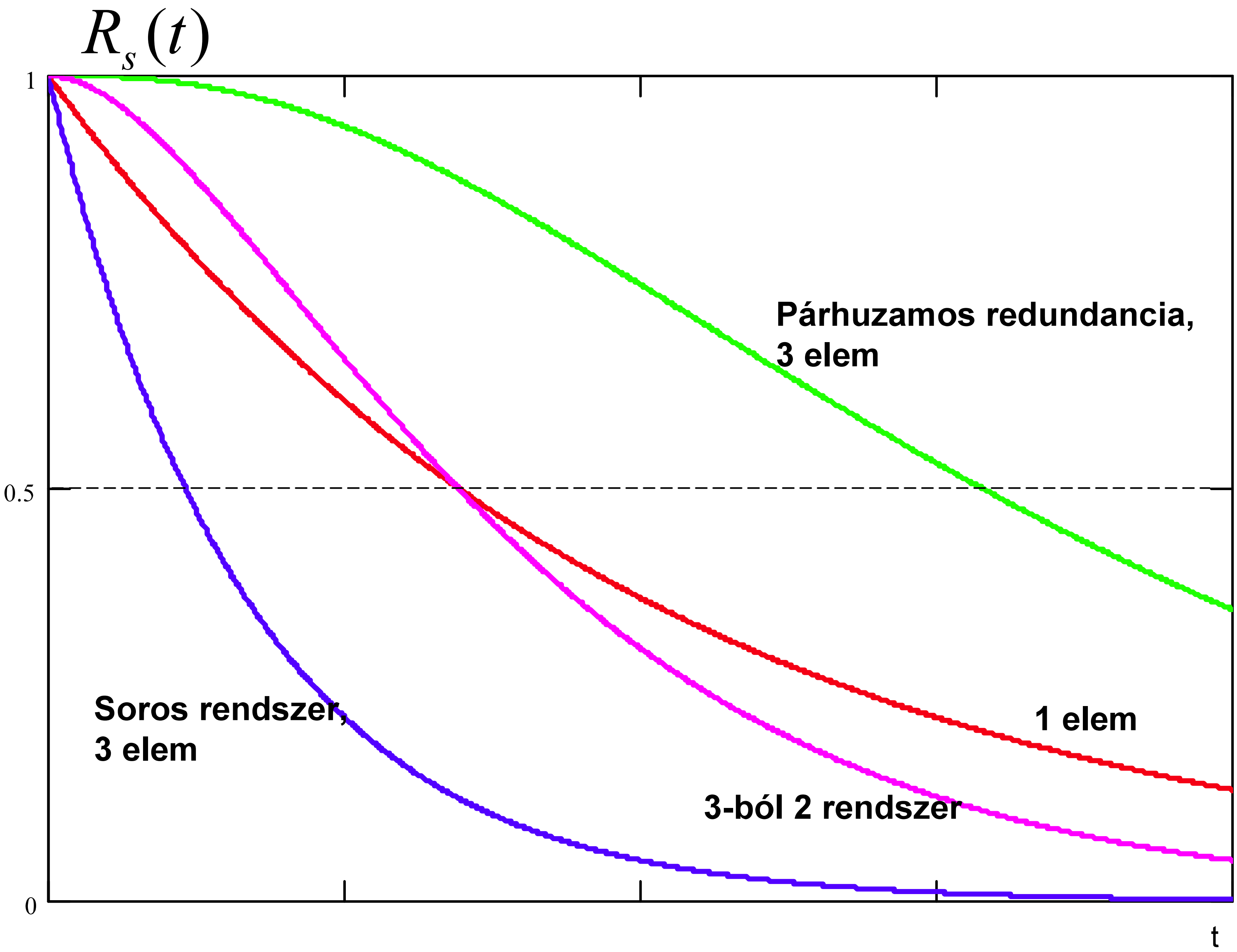
$$F_s(t) = \sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}\left[1-F(t)\right]^i F(t)^{n-i}$$

A gyakorlatban F(t)<<R(t), így: $\Longrightarrow$ $F_s(t) \approx \sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}F(t)^{n-i}$

Exponenciális eloszlás esetén, további közelítéssel:

$$F_s(t) \approx \sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}(\lambda t)^{n-i}$$

3-BÓL 2 RENDSZER TÚLÉLÉSI VALÓSZÍNŰSÉG



Várható élettartam „k az n-ből” aktív redundancia esetén

Párhuzamos rendszer esetén $T_s = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$

A „k az n-ből” rendszer csak akkor működik, ha $k \le i \le n$

$$\boxed{T_s = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=k}^{n}\frac{1}{i}}$$

$$\boxed{k \ge \frac{n+1}{2} \Rightarrow T_s < \frac{1}{\lambda}} \quad !!!$$

Számítsuk ki különböző rendszerek várható élettartamát!

$$T_{2/3} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6\lambda}$$

$$T_{1/3} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{6\lambda}$$

$$T_{3/5} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) = \frac{47}{60\lambda}$$

$$T_{2/4} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = \frac{13}{12\lambda}$$

Többségi és párhuzamos rendszerek összehasonlítása

	többségi	párhuzamos
Elviselhető „0” hibák száma	n - k	n - 1
Elviselhető „1” hibák száma	n - k	0
Nagyobb működőképesség *	$e^{-\lambda t} > 0,5$ esetén	$0 < t < \infty$ esetén
Élettartam *	kisebb	nagyobb
Szavazó logika	szükséges	nem szükséges
Szavazó logika élettartama	$T_v > 100\ T_{cs}$	---

* a nem redundáns kialakításhoz képest

Passzív
„k” az „n”-ből rendszerek

Paraméterek „k az n-ből” passzív redundancia esetén

$$\boxed{k = 1}$$

$$\boxed{1 \le k \le n}$$

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-k} \frac{(k\lambda t)^i}{i!} e^{-k\lambda t}$$

$$T_s(t) = \frac{n}{\lambda}$$

$$T_s(t) = \frac{n-k+1}{k\lambda}$$