JAVÍTHATÓ RENDSZEREK

Karbantarthatóság
Maintainability

A karbantartás (maintenance) azon intézkedések összessége, amelyek célja egy rendszer készenlétének, vagy más szóval rendelkezésre állásának (availability) a biztosítása.

A karbantartás fajtái:

- tervszerű (megelőző) karbantartás, a működőképesség megtartása érdekében,
- terven kívüli (javító) karbantartás, a működőképesség helyreállítása érdekében.

A karbantarthatóságot a működőképességgel analóg módon definiáljuk:

$$M = f(t)$$

annak a valószínűsége, hogy az adott „t” időpontra a karbantartási tevékenységek befejeződtek.

Karbantartási gyakoriság

A „μ” karbantartási gyakoriságot a „λ” meghibásodási gyakorisághoz hasonlóan definiáljuk:

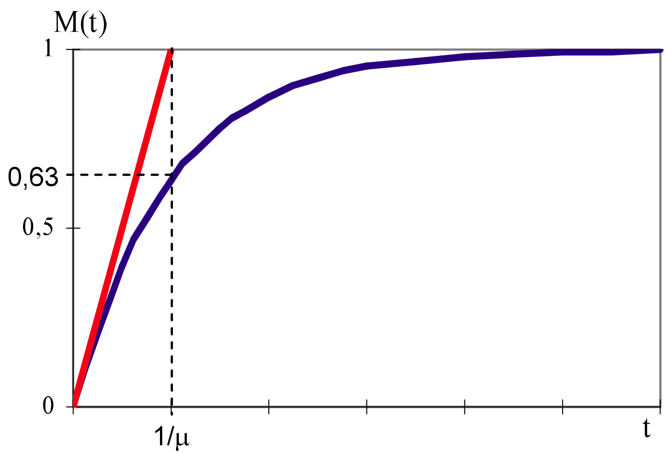
$$\lambda(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} \qquad \mu(t) = \frac{\frac{dM(t)}{dt}}{1 - M(t)}$$

A karbantartási vagy javítási gyakoriság az időegység alatt kijavítható egységek számát fejezi ki.

Exponenciális karbantartási függvény esetén:

$$\mu(t) = \mu = állandó$$

$$\boxed{M(t) = 1 - e^{-\mu t}}$$



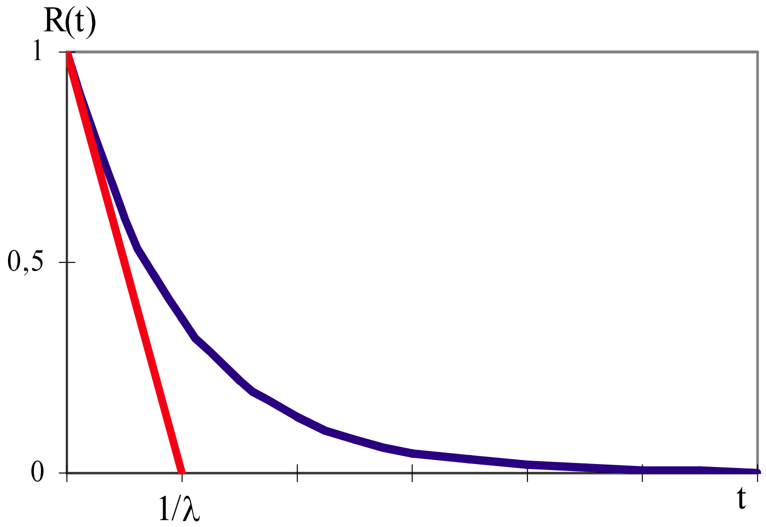
A rendelkezésre állás (készenlét) jellemzői

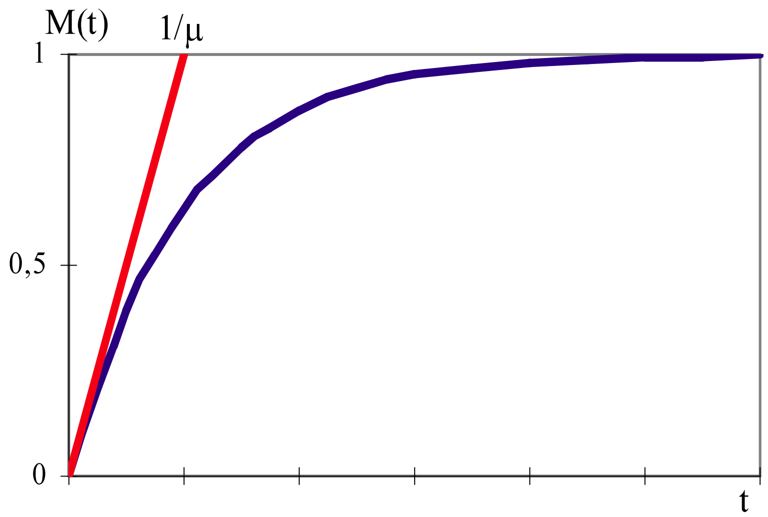
Átlagos meghibásodási időköz
Mean Time Between Failures

$$MTBF = \int_0^\infty R(t)dt = \frac{1}{\lambda}$$

Átlagos javítási időtartam
Mean Time To Repair

$$MTTR = \int_0^\infty [1 - M(t)]dt = \frac{1}{\mu}$$





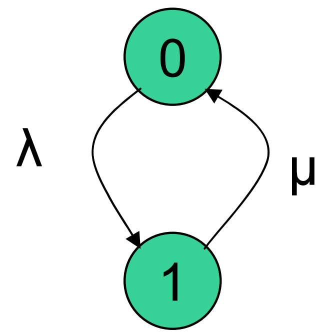
Állapotvalószínűségek számítása

Javítható, nem redundáns rendszer

1. A differenciálegyenletek felírása

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - \lambda\Delta t \cdot P_0(t) + \mu\Delta t \cdot P_1(t)$$

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t) + \lambda\Delta t \cdot P_0(t) - \mu\Delta t \cdot P_1(t)$$



$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$

$$\frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = \frac{dP_1(t)}{dt} = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)$$

Állapotvalószínűségek számítása

Javítható, nem redundáns rendszer

2. A Laplace-transzformált alak felírása

$$P_0'(t) = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$
$$\underline{P_1'(t) = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)}$$

$$sP_0(s) - 1 = -\lambda \cdot P_0(s) + \mu \cdot P_1(s)$$
$$\underline{sP_1(s) - 0 = +\lambda \cdot P_0(s) - \mu \cdot P_1(s)}$$

Kezdeti feltételek:

$P_0(0) = 1$; $P_1(0) = 0$

$$P_0(s) = \frac{1 + \mu \cdot P_1(s)}{s + \lambda}$$

$$P_1(s) = \frac{\lambda}{s + \mu + \lambda} \cdot \frac{1}{s}$$

Az első egyenletből kifejezzük $P_0(s)$-t, és a másodikba behelyettesítjük.

Állapotvalószínűségek számítása

Javítható, nem redundáns rendszer

3. Az inverz Laplace-transzformáció végrehajtása

$$P_1(s) = \frac{\lambda}{s+\mu+\lambda} \cdot \frac{1}{s}$$

A megoldást a következő alakban keressük:

$$P_1(s) = \lambda \frac{1}{s(s+a)}$$

Az időfüggvény:

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{a}\left(1-e^{-at}\right) = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1-e^{-(\mu+\lambda)t}\right) = U(t)$$

Ebből a működőképes állapot valószínűsége:

$$P_0(t) = 1 - P_1(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

Stacioner eset - tartós készenlét

$$P_0'(t) = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$

$$P_1'(t) = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)$$

$$0 = -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1$$

$$0 = +\lambda \cdot P_0 - \mu \cdot P_1$$

$$P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = A_{ss}$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda} = U_{ss}$$

Az általános esetből:

$$P_0 = \lim_{t \to \infty} \left[\frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} e^{-(\mu + \lambda)t} \right] = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

$$P_1 = \lim_{t \to \infty} \left[\frac{\lambda}{\mu + \lambda} \left(1 - e^{-(\mu + \lambda)t} \right) \right] = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$$

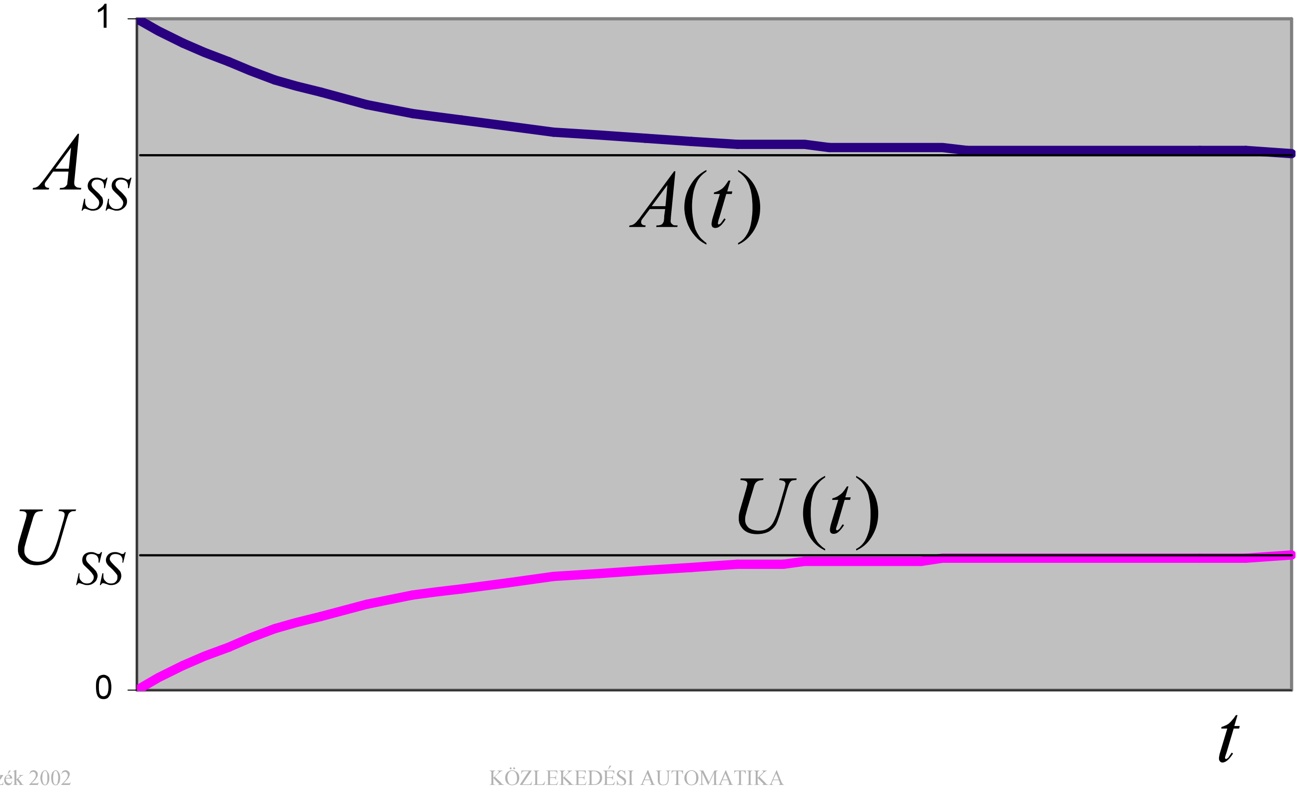
Készenlét és nem-készenlét

Készenlét
Availability

$$A(t)$$

Nem-készenlét
Unavailability

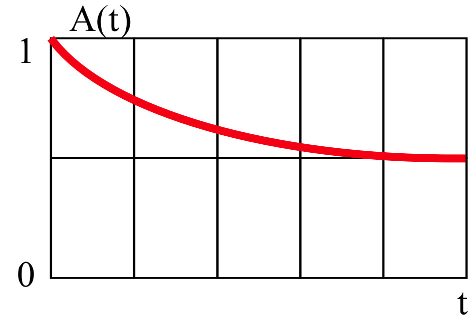
$$U(t) = 1 - A(t)$$



A rendelkezésre állás (készenlét) fajtái

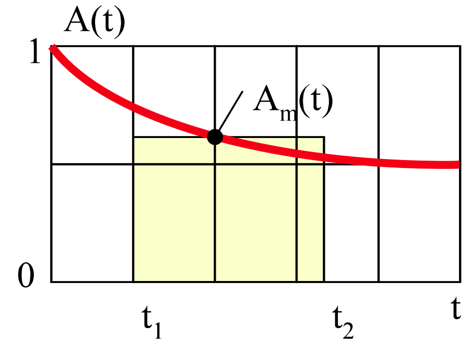
Pillanatnyi készenlét:
annak valószínűsége, hogy a rendszer az adott időpontban működőképes:

$$A(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t}$$



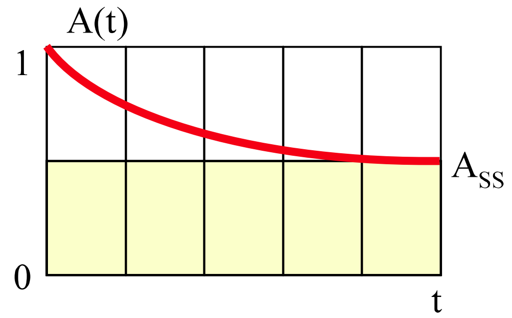
Adott feladatra készenlét:
annak valószínűsége, hogy a rendszer a $t_1 \leq t \leq t_2$ időintervallumban működőképes:

$$A_m(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} A(t)dt$$



Tartós (Steady State) **készenlét**:
azt fejezi ki, hogy egy rendszer hosszabb idő elteltével az időalap hány százalékában működőképes:

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu+\lambda} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$



Új állapotban hibás, javítható rendszer

Legyen

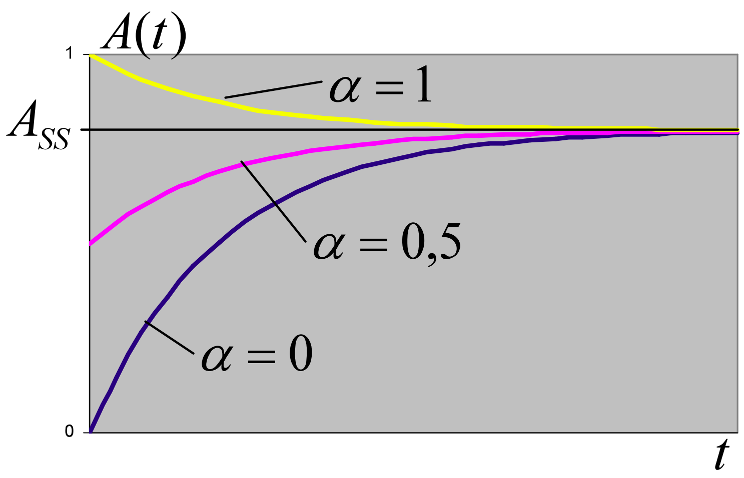
$$P_0(0)=\alpha; \qquad P_1(0)=1-\alpha$$

Ezzel a differenciálegyenletek transzformált alakja:

$$sP_0(s)-\alpha \quad = -\lambda\cdot P_0(s)+\mu\cdot P_1(s)$$

$$sP_1(s)-1+\alpha = +\lambda\cdot P_0(s)-\mu\cdot P_1(s)$$

$$P_1(s)=\frac{s(1-\alpha)+\lambda}{s+\mu+\lambda}\cdot\frac{1}{s}$$



Az időfüggvények:

$$P_0(t)=\frac{\mu}{\mu+\lambda}+\left(\alpha-\frac{\mu}{\mu+\lambda}\right)e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

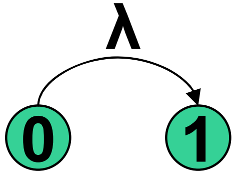
$$P_1(t)=\frac{\lambda}{\mu+\lambda}+\left(1-\alpha-\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)e^{-(\mu+\lambda)t} = U(t)$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Egy elemes rendszer

Javítás nélkül

a



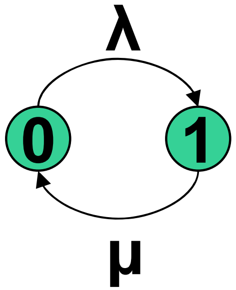
$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

$$P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Javítással

d



$$P_0(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

$$MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

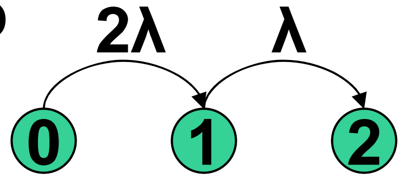
$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right) = U(t)$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Aktív redundancia

Javítás nélkül

b



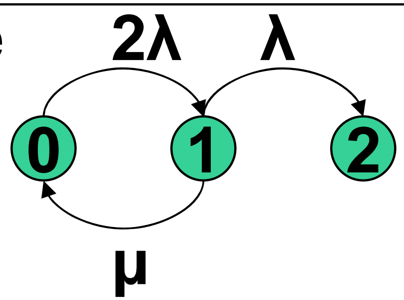
$$R(t) = P_0(t) + P_1(t)$$

$$P_0(t) = e^{-2\lambda t} \qquad P_1(t) = 2\left(e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right)$$

$$T = \frac{3}{2\lambda} \qquad P_2(t) = 1 - \left(2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right) = F(t)$$

Részleges javítással

e



$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{2\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha \ \mu >> \lambda$$

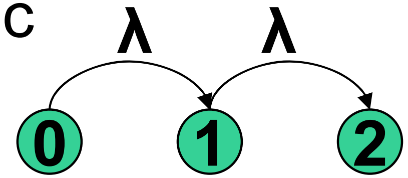
$$T = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Passzív redundancia

Javítás nélkül

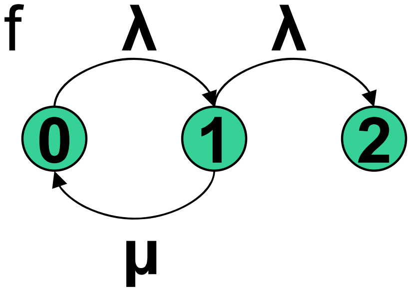
C



$$T = \frac{2}{\lambda} \qquad R(t) = (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$$

Részleges javítással

f



$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha \ \mu >> \lambda$$

$$T = \frac{2\lambda + \mu}{\lambda^2}$$

Példa a tartós készenlét alkalmazhatóságára

Legyen $\lambda = 10^{-4}$/h és $\mu = 10^{-1}$/h !

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu+\lambda} = \frac{10^{-1}}{10^{-1}+10^{-4}} = 0,\dot{9}9900\dot{0} \cong 0,999001; \qquad \frac{\lambda}{\mu+\lambda} = \frac{10^{-4}}{10^{-1}+10^{-4}} \cong 10^{-3}$$

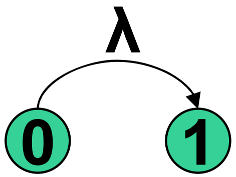
Δ	**t (h)**	**A(t)**
100%	0	1,0
	1	0,9999
	5	0,999606
	10	0,999367
	20	0,999135
< 10%	30	0,999049
	40	0,999018
< 1%	50	0,999006
	60	0,9990025
< 0,1%	70	0,9990018

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Javítás nélkül

Egy elemes rendszer

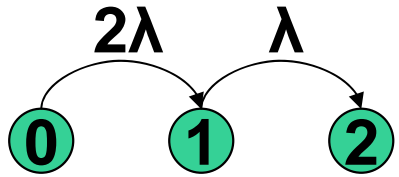
a



$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

Aktív redundancia

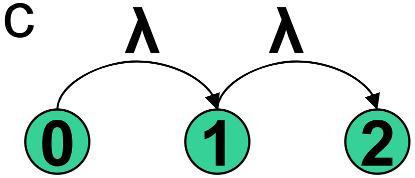
b



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & 0 & 0 \\ +2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

Passzív redundancia

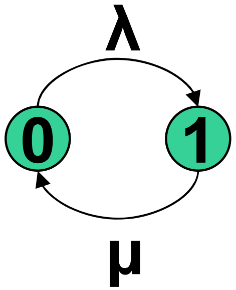
c



$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ +\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

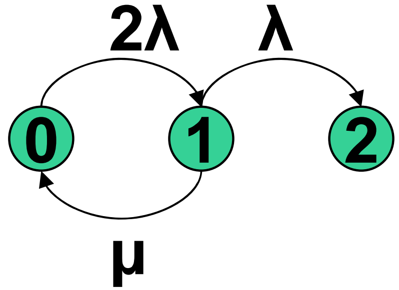
Részleges javítással

d



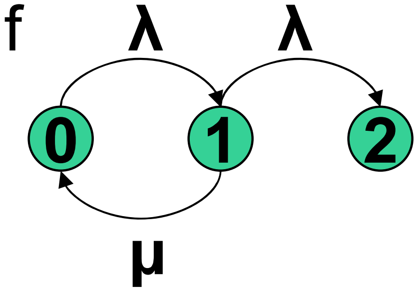
$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu \\ +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

e



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

f

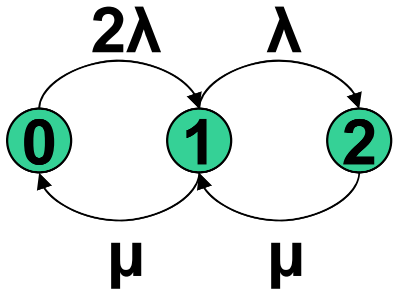


$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

Függő és független javítás

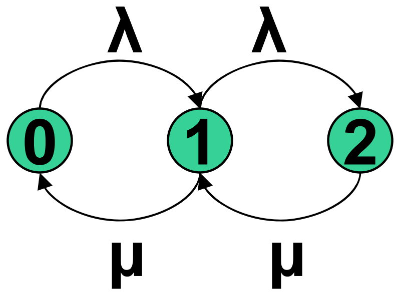
Függő javítás

Aktív redundancia



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

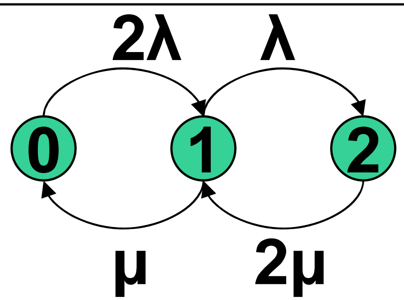
Passzív redundancia



$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

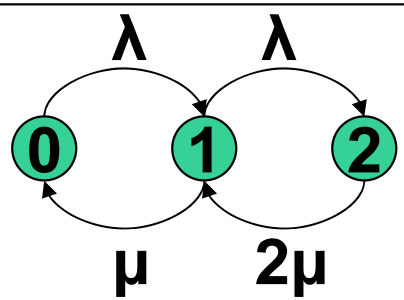
Független javítás

Aktív redundancia



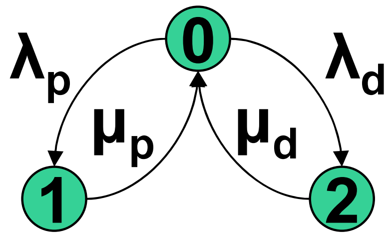
$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

Passzív redundancia



$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

Fail-Safe rendszer



0 - működőképes

1 - akadályozó (passive)

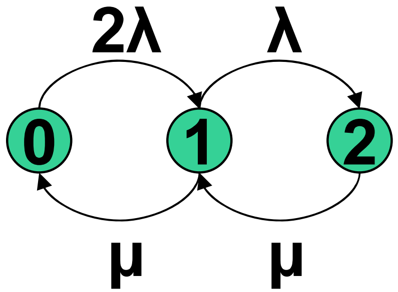
2 - veszélyeztető (dangerous)

$$\begin{bmatrix} -\lambda_p-\lambda_d & +\mu_p & +\mu_d \\ +\lambda_p & -\mu_p & 0 \\ +\lambda_d & 0 & -\mu_d \end{bmatrix}$$

Redundáns rendszerek tartós készenléte

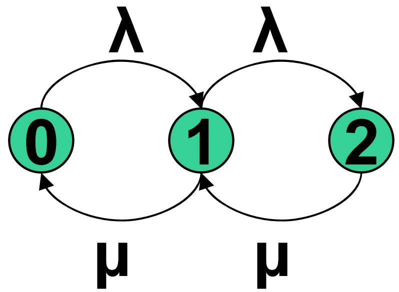
Függő javítás

Aktív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

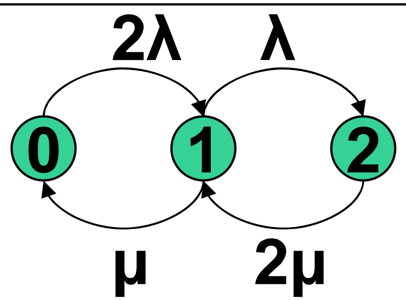
Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2}$$

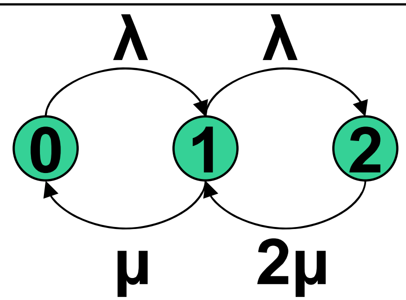
Független javítás

Aktív redundancia



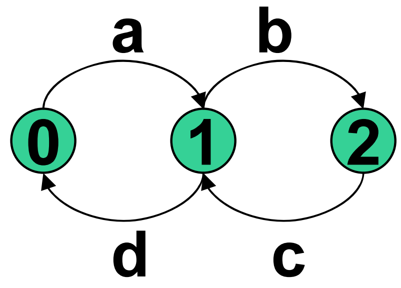
$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + 2\mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + 2\mu^2}$$

Általános



$$P_0 = \frac{cd}{ab + ac + cd}$$

$$P_1 = \frac{ac}{ab + ac + cd}$$

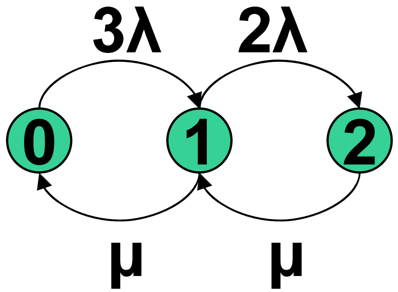
$$P_2 = \frac{ab}{ab + ac + cd}$$

$$A_{ss} = \frac{ac + cd}{ab + ac + cd}$$

3-ból 2 rendszerek tartós készenléte

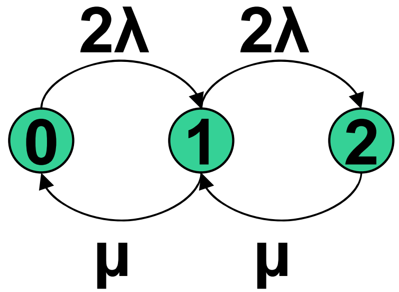
Függő javítás

Aktív redundancia



$$A_{ss} = \frac{3\lambda\mu + \mu^2}{6\lambda^2 + 3\lambda\mu + \mu^2}$$

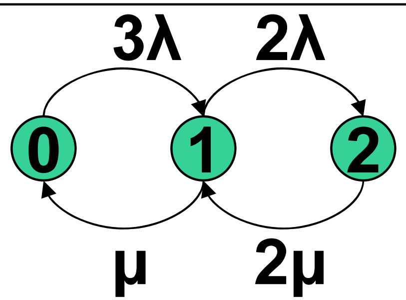
Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{4\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

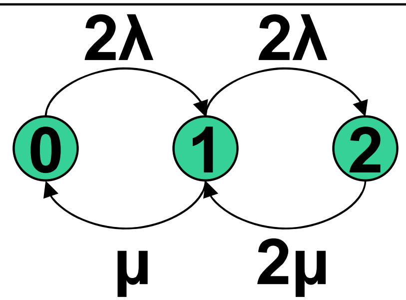
Független javítás

Aktív redundancia



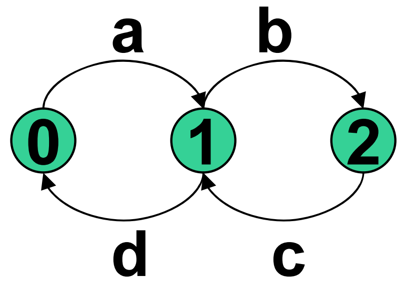
$$A_{ss} = \frac{3\lambda\mu + \mu^2}{3\lambda^2 + 3\lambda\mu + \mu^2}$$

Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

Általános



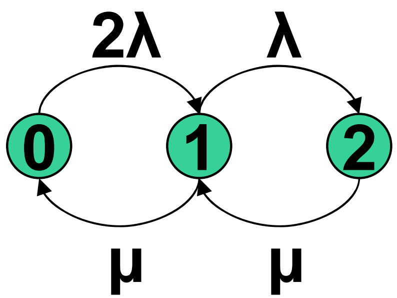
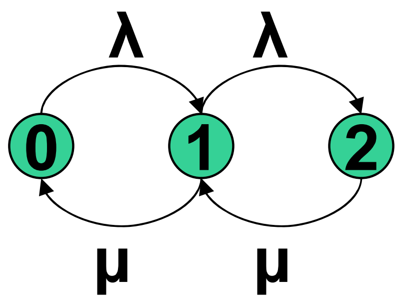
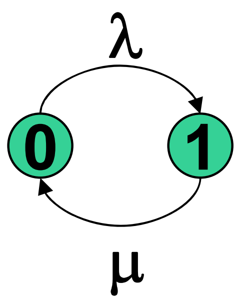
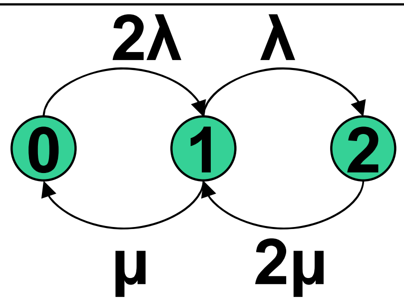
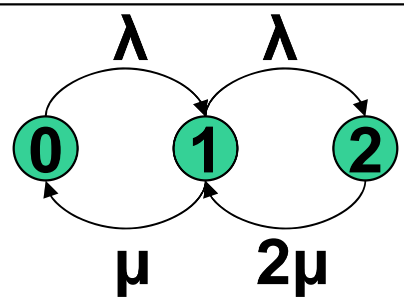
$$P_0 = \frac{cd}{ab + ac + cd}$$

$$P_1 = \frac{ac}{ab + ac + cd}$$

$$P_2 = \frac{ab}{ab + ac + cd}$$

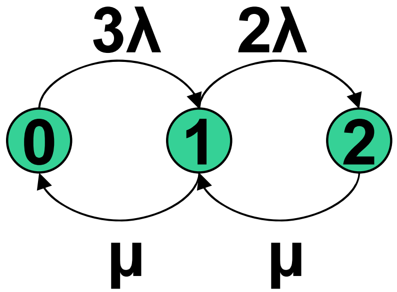
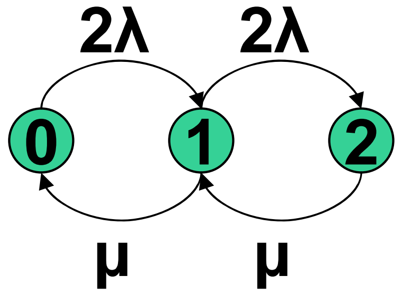
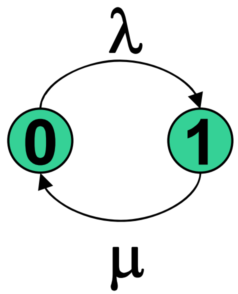
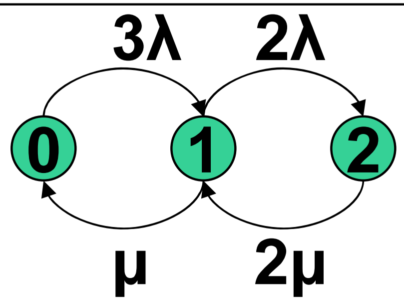
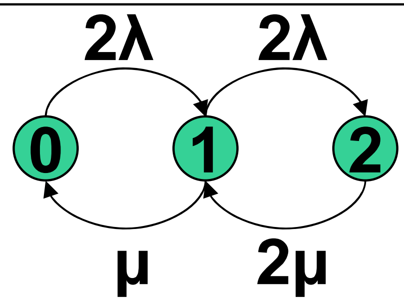
$$A_{ss} = \frac{ac + cd}{ab + ac + cd}$$

A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

	Aktív redundancia	Passzív redundancia	Nem redundáns
Függő javítás	 $A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998	 $A_{ss} =$ 0,66; 0,990; 0,9999	 $A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99
Független javítás	 $A_{ss} =$ 0,75; 0,991; 0,9999	 $A_{ss} =$ 0,8; 0,995; 0,99995	

λ/μ = 1; 0,1; 0,01

A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

	Aktív redundancia	Passzív redundancia	Nem redundáns
Függő javítás	 $A_{ss} =$ 0,4; 0,955; 0,9994	 $A_{ss} =$ 0,429; 0,9677; 0,9996	 $A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99
Független javítás	 $A_{ss} =$ 0,57; 0,977; 0,9997	 $A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998	

λ/μ = 1; 0,1; 0,01

Következtetések a rendelkezésre állással kapcsolatban

- A passzív redundancia kedvezőbb, mint az aktív (ideális kapcsoló esetén)
- A javítások függetlensége befolyásolja rendelkezésre állást
- Ez a befolyás a javítási idő viszonylagos növekedése esetén mérséklődik
- A „k az n-ből” rendszerek rendelkezésre állása kedvezőtlenebb az „1 az n-ből” rendszerekénél: a nagyobb biztonságot kisebb rendelkezésre állással „vásároljuk meg”.