# Megbízhatóság és biztonság

# MEGBÍZHATÓSÁGI PARAMÉTEREK

# MEGBÍZHATÓSÁGI PARAMÉTEREK

| | Jelölés | Dimenzió |
|---|---|---|
| • Működőképesség valószínűsége | $R(t)$ | - |
| • Meghibásodás valószínűsége | $F(t)$ | - |
| • *(Meghibásodási sűrűség* | *$f(t)$* | *[1/t])* |
| • Meghibásodási ráta | $\lambda(t)$ | [1/t] |
| • Várható/közepes élettartam | m, T | [t] |

- Működőképesség
  - annak valószínűsége, hogy az adott rendszer, adott idő után, adott időintervallumban, a meghatározott körülmények között a feladatát kifogástalanul ellátja.
- Meghibásodás
  - olyan esemény, amelynek során legalább egy meghibásodási kritérium sérül.
- Meghibásodási kritériumok
  - jelzik a határt egy egység működőképes és nem működőképes állapota között.
- Működőképes/meghibásodott állapot
- Meghibásodások fajtái
  - Teljes vagy részleges
  - Váratlan vagy fokozatos (drift) jellegű

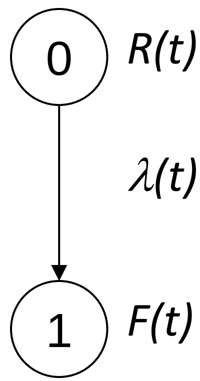
A meghibásodás fellépése véletlen esemény

# MŰKÖDŐKÉPESSÉG, MEGHIBÁSODÁS VALÓSZÍNŰSÉGE

Ha feltételezzük, hogy a rendszer várható élettartama T, akkor

$$R(t)=P(t<T) \quad \text{és} \quad F(t)=P(t\geq T).$$

$$R(t)+F(t)=1$$




$$R(0)=1 \qquad F(0)=0$$

$$R(\infty)=0 \qquad F(\infty)=1$$

*R(t) monoton csökkenő,*

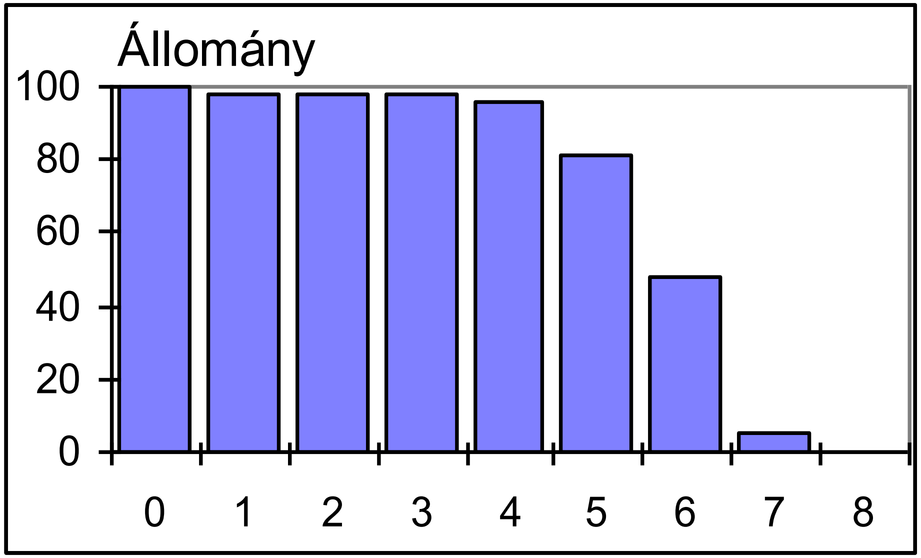
*F(t) monoton növekvő.*

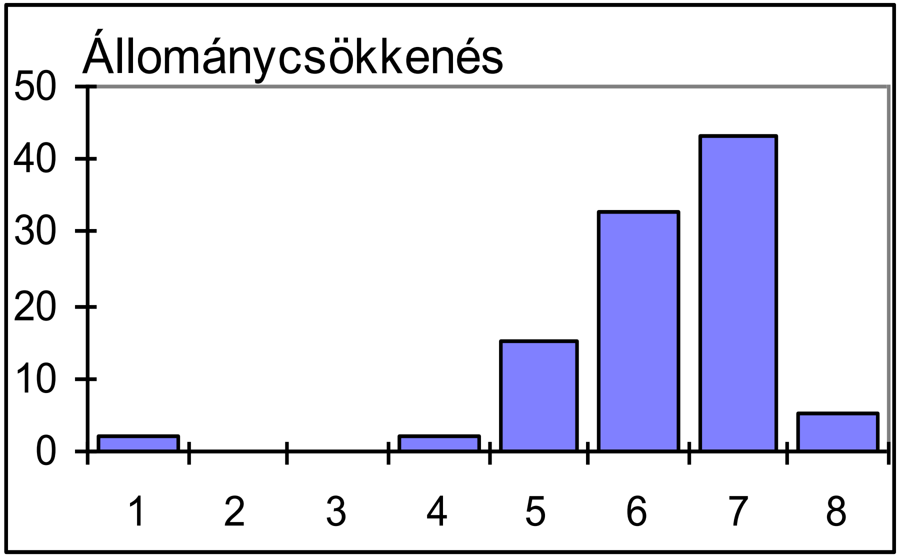
Gyakorlati meghatározás

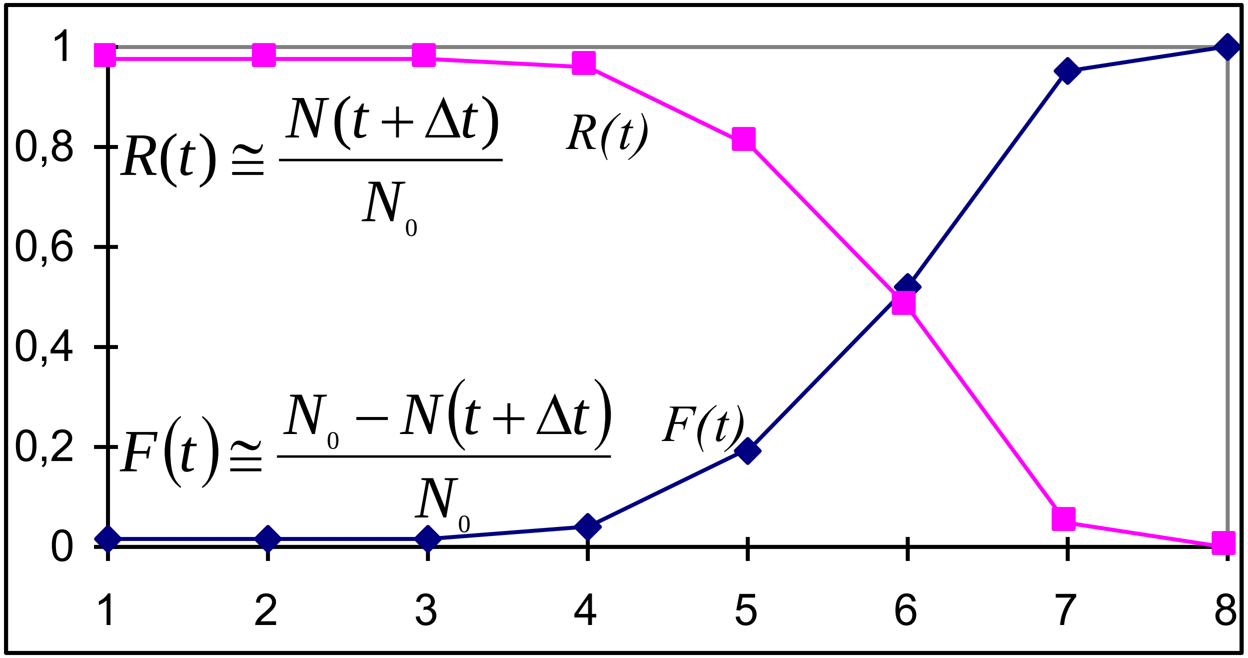
$$F(t)\cong\frac{N_0-N(t+\Delta t)}{N_0} \qquad R(t)\cong\frac{N(t+\Delta t)}{N_0}$$

$$F(t)=\lim_{\substack{N_0\to\infty\\ \Delta t\to 0}}\frac{N_0-N(t+\Delta t)}{N_0} \qquad R(t)=\lim_{\substack{N_0\to\infty\\ \Delta t\to 0}}\frac{N(t+\Delta t)}{N_0}$$

# MEGBÍZHATÓSÁGI PARAMÉTEREK - PÉLDA



Meghibásodási sűrűség f(t): a *f(t)Δt* érték annak valószínűsége, hogy a meghibásodás a (*t,t+Δt*) intervallumban következik be.

$$f(t)\cdot \Delta t = P(t < T \leq t + \Delta t)$$

---

Kísérleti meghatározása: a megfigyelési intervallumban meghibásodott elemek számának, illetve az induló darabszámnak és az időintervallumnak a hányadosa.

$$f(t) \cong \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

$$f(t) = \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ N_0 \to \infty}} \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

---

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ N_0 \to \infty}} \frac{\dfrac{N_0 - N(t+\Delta t)}{N_0} - \dfrac{N_0 - N(t)}{N_0}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ N_0 \to \infty}} \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t} = f(t)$$

<u>Meghibásodási ráta λ(t):</u> a $\lambda(t)\Delta t$ érték annak **feltételes valószínűsége**, hogy egy $t$ időpontban még nem meghibásodott egység a $[t,\ t+\Delta t]$ időintervallumban meghibásodik.

$$\lambda(t)\cdot\Delta t = P(t < T \le t+\Delta t \mid t < T)$$

---

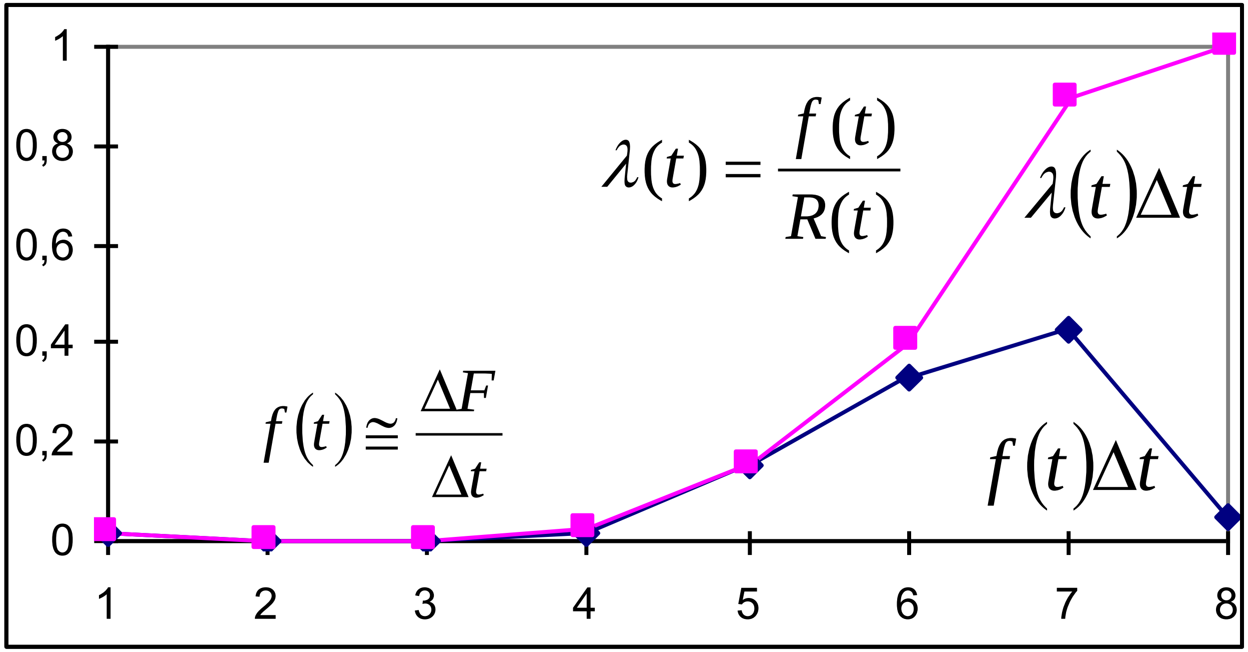
Kísérleti meghatározása: a megfigyelési intervallumban meghibásodott elemek számának, illetve a megfigyelési intervallum kezdetén működő egységek darabszámának és az időintervallumnak a hányadosa.

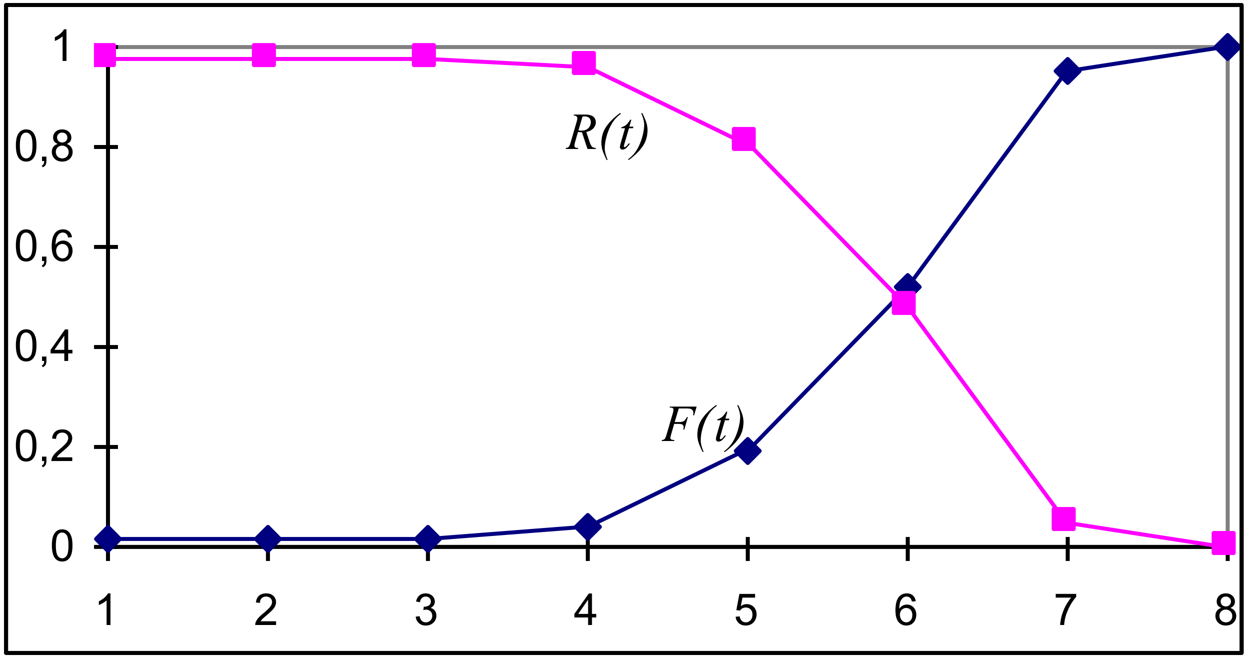
$$\lambda(t) \cong \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N(t)\cdot\Delta t}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$$\lambda(t) = \lim_{\substack{\Delta t\to 0\\ N_0\to\infty}} \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N(t)\cdot\Delta t}$$

# MEGBÍZHATÓSÁGI PARAMÉTEREK - PÉLDA



Várható élettartam T (az első meghibásodásig eltelő átlagos időtartam): a *t* valószínűségi változó várható értéke.

$$m = \int_0^\infty t \cdot f(t) dt$$

$$\int_0^\infty u v' dt = uv - \int_0^\infty v u' dt$$

$$u = t; \qquad u' = 1$$

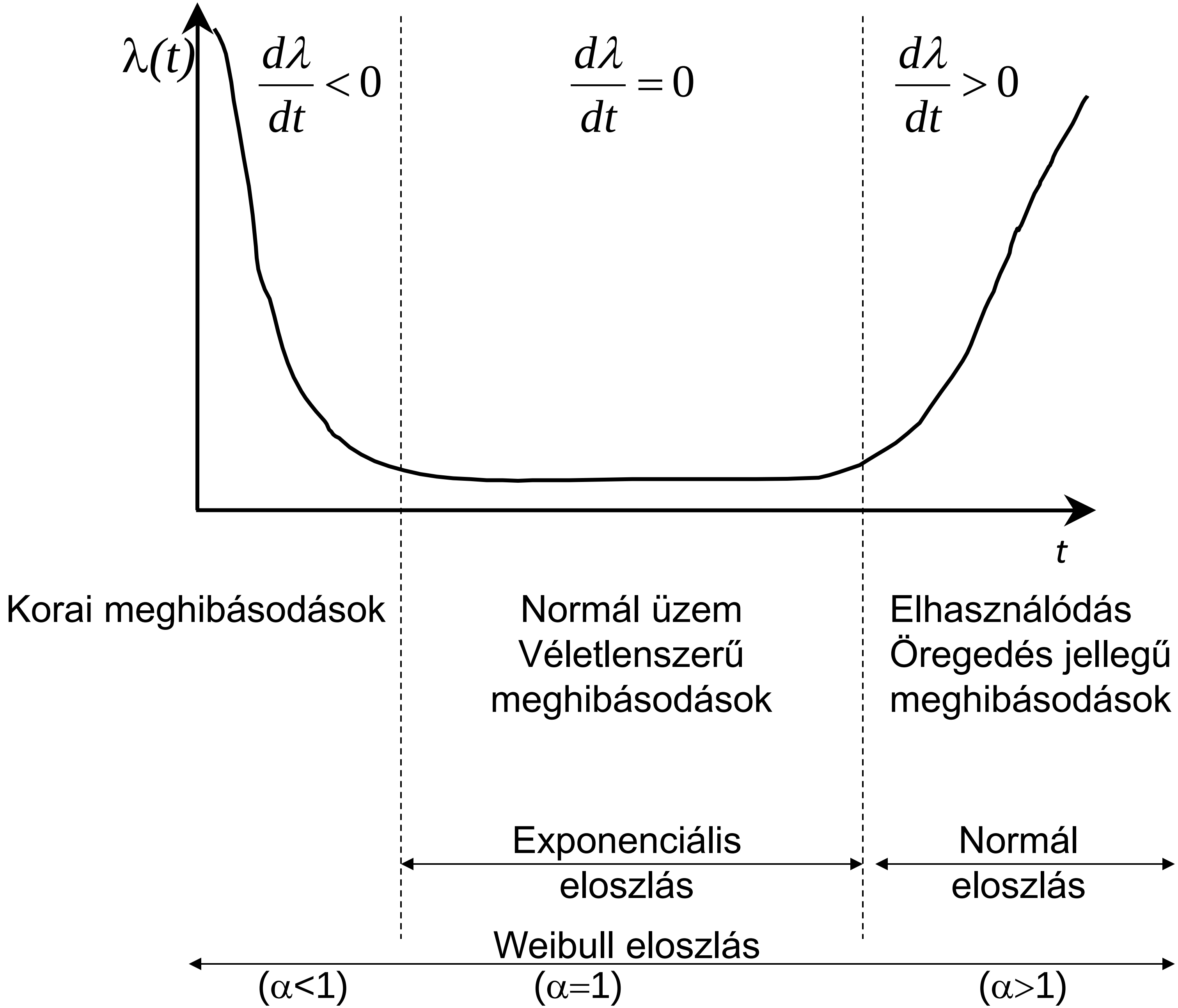
$$v' = f(t); \quad v = -R(t)$$

$$m = \left[-tR(t)\right]_0^\infty + \int_0^\infty R(t) dt$$

$$m = \int_0^\infty R(t) dt = T$$

# ELEMEK MEGBÍZHATÓSÁGA

# FÜRDŐKÁD-GÖRBE



A meghibásodás valószínűsége a véletlen változók növekvő értékével monoton módon, az „*e*” függvénynek megfelelően tart az „1” határértékhez.

A túlélési valószínűség függvény az „*e*” függvénynek megfelelően csökken, és tart a „0” határértékhez.

Az üzemidő során időegységenként azonos számú egység hibásodik meg, vagyis a meghibásodási gyakoriság a használati időtől független.

A meghibásodás-mentes működés valószínűsége egy $(t, t+\Delta t)$ időintervallumban független a korábban eltelt időtől, és csak a $\Delta t$ időintervallum nagyságától függ, azaz

*a jövőbeni meghibásodási viselkedés teljes mértékben független a rendszer előéletétől*.

Az exponenciális eloszlás a fürdőkádgörbe középső, vízszintes szakaszára alkalmazható.

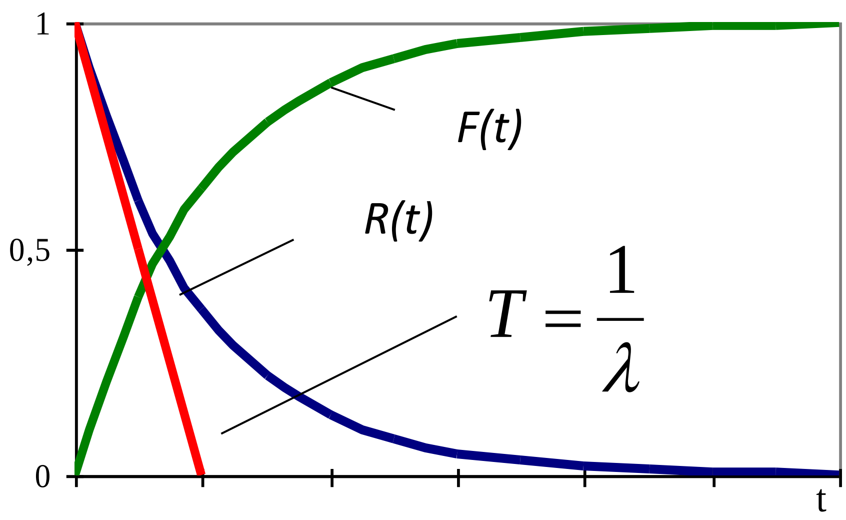
$\lambda$ = állandó!

Ha több, egymástól független meghibásodási mechanizmussal kell számolni, akkor ezek szuperpozíciója szintén exponenciális eloszlást eredményez.

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$T = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \left[ -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^\infty = -\frac{1}{\lambda}\left(e^{-\infty} - e^{-0}\right) = -\frac{1}{\lambda}(0-1) = \frac{1}{\lambda}$$




$$\lambda = \text{konstans}$$

Az időfüggő meghibásodások hatványfüggvénnyel való megközelítésére szolgál. Így a megbízhatósági vizsgálatokban univerzálisan használható, mert vele a “fürdőkád-görbe” korai és elhasználódással kapcsolatos szakaszai, illetve az ezekkel kapcsolatos meghibásodások is jól közelíthetők és számszerűsíthetők.

Az eloszlás paraméterei:

- $\alpha$ - **alakparaméter** vagy Weibull kitevő, amely a Weibull eloszlás görbéjének alakját határozza meg:
  - $\alpha<1$: a korai meghibásodások szakasza, a meghibásodási ráta értéke az idő függvényében monoton csökken;
  - $\alpha=1$: a véletlen meghibásodások, a használati idő szakasza, a meghibásodási ráta értéke az idő függvényében állandó;
  - $\alpha>1$: az elhasználódással összefüggő meghibásodások szakasza, a meghibásodási ráta értéke az idő függvényében monoton nő;
- $\beta$ - az ún. **karakterisztikus élettartam**;
- $\gamma$ - a **helyzetparaméter**, amely a meghibásodások megkezdődésének időpontját határozza meg:
  - $\gamma>0$: olyan üzemállapot, amelyben a meghibásodások csak egy t= $\gamma$ idő után kezdődnek meg (pl. korrózió, dugaszcsatlakozók felületén bevonat képződése),
  - $\gamma=0$: olyan üzemállapot, amelyben a meghibásodások már az igénybevétel kezdetén fellépnek.

Weibull szerint a túlélési valószínűség definíciója:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha}}, \; ha \;\; t > \gamma$$

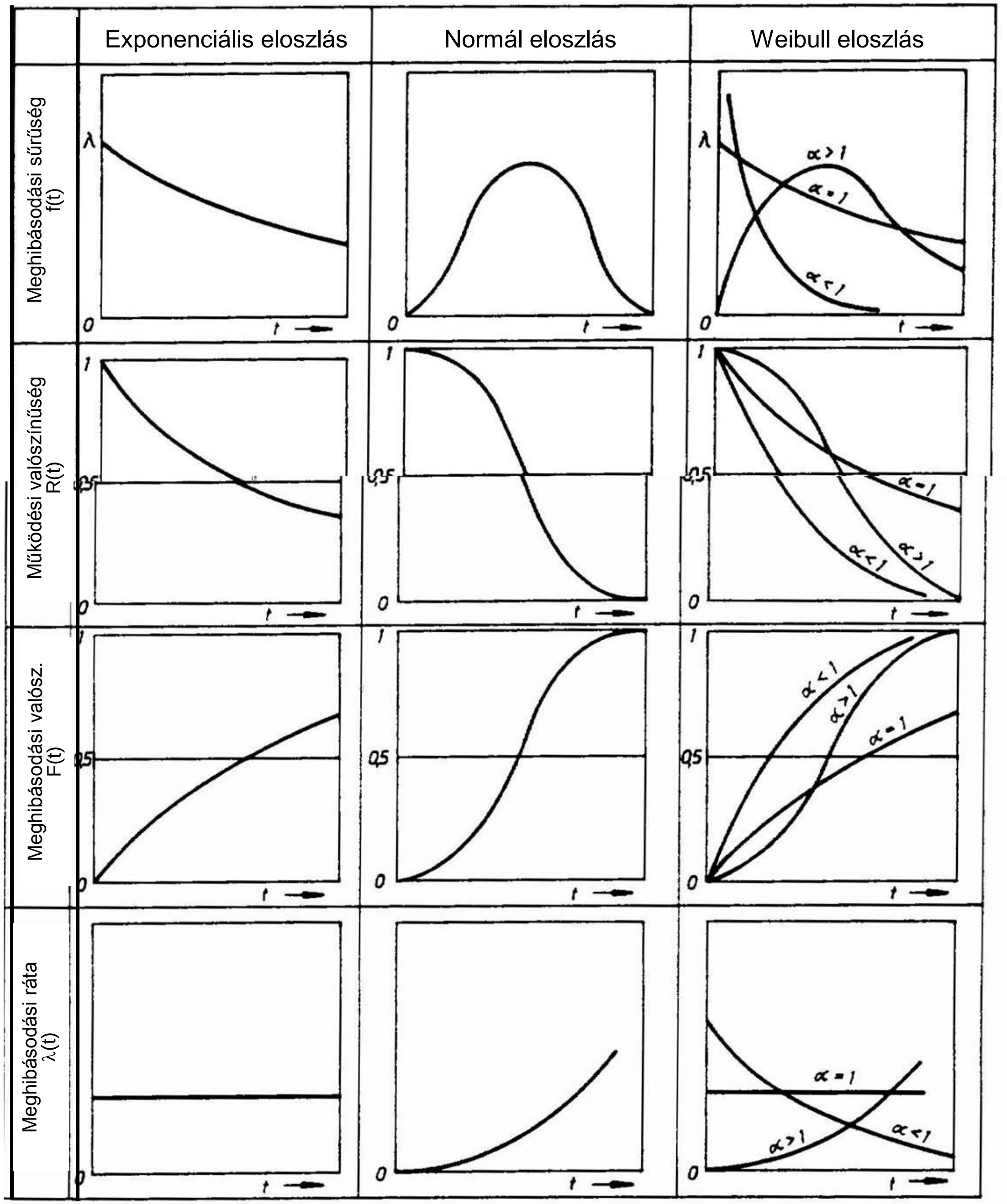
A Weibull függvény tartalmazza az *"e"* eloszlást is:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)} = e^{-\left(\frac{t}{m}\right)} = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)} = e^{-\lambda t}, \; ha \;\; \alpha = 1 \; és \, \gamma = 0$$

A meghibásodás valószínűsége:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha}}, \; ha \;\; t > \gamma$$

# MEGBÍZHATÓSÁGI PARAMÉTEREK KÜLÖNBÖZŐ ELOSZLÁSI FÜGGVÉNYEKNÉL



# A meghibásodási gyakoriságot befolyásoló tényezők

A **mechanikai** környezet hatása: $\lambda' = K_e \lambda$

| Környezeti körülmények | $K_e$ |
|---|---|
| Telepített üzem szárazföldön | 1,0 |
| Hajók | 1,2 |
| vonatok | 2,4 |
| Dugattyús motoros repülőgépek | 5,0 |
| Reaktív hajtóműves repülőgépek | 6,0 |
| Rakéták a rakétatöltet égése közben | 100 |
| Űrjárművek a rakétatöltet égése közben | 100 |

**10°C szabály** (kondenzátorok gyorsított vizsgálata alapján):
ha a hőmérséklet a megengedett határhőmérséklethez képest 10°C-kal emelkedik vagy csökken, az élettartam a felére csökken, illetve a kétszeresére növekedik.

# RENDSZEREK MEGBÍZHATÓSÁGA

# RENDSZERTULAJDONSÁGOK

Egy rendszer megbízhatósága függ:

- elemeinek megbízhatóságától és
- az elemek egymással való kapcsolatától.

A megbízhatóságot befolyásoló rendszerjellemzők:

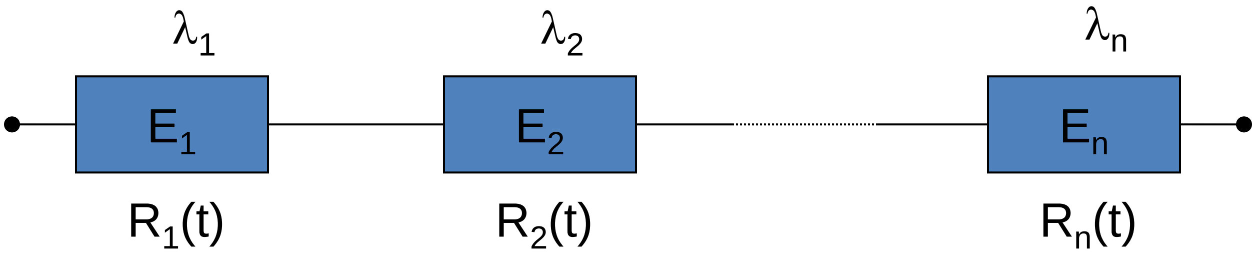
- a rendszer struktúrája (nem tévesztendő össze a villamos kapcsolásokkal!!!)
  - soros rendszerek (strukturális redundancia nélküli rendszerek)
    *egyetlen elem meghibásodása esetén a teljes rendszer meghibásodik*;
  - párhuzamos rendszerek
    *mindaddig működőképes, amíg legalább egy eleme működőképes*;
  - egyéb redundáns struktúrájú rendszerek;
- a rendszer üzemmódja
  - folyamatos;
  - időszakos;
  - alkalmanként működő;
- a rendszer javíthatósága
  - nem javítható (a terméktől és/vagy annak alkalmazási körülményeitől függően)
    *a javítás műszakilag lehetetlen, igen nehéz vagy nem gazdaságos*;
  - javítható
    *a javítás történhet a meghibásodott elem helyreállításával vagy cseréjével*.

Egy rendszer fizikai struktúrája és megbízhatósági szempontból vett struktúrája lehet azonos, de eltérő is.

Például a soros és a párhuzamos rezgőkör villamosan eltérő struktúrája ellenére megbízhatósági szempontból azonos struktúrájú: mindkettő soros rendszer.

Az előbbiekből adódik az a követelmény, hogy a megbízhatósági elemzéseket mindig a rendszer **megbízhatósági helyettesítő képének** vagy más alkalmas modelljének, pl. a hibafának a megalkotásával kezdjük.

# SOROS RENDSZEREK MEGBÍZHATÓSÁGA




Soros rendszer definíciója:

- a rendszer véges számú elemből áll,
- egyetlen elem meghibásodása a teljes rendszer meghibásodásához vezet,
- csak teljes meghibásodásokat vesznek figyelembe, fokozatos meghibásodásokat nem,
- a meghibásodások egymástól függetlenek,
- az elemek meghibásodási gyakorisága időinvariáns (véletlen meghibásodások, az “e” eloszlás érvényes),
- a túlélés és a meghibásodás valószínűsége egymás komplementere,
- javítást nem terveznek,
- az anyag, konstrukció, gyártás szempontjából különböző elemeknek lehet azonos $\lambda$ értékük.

# SOROS RENDSZEREK MEGBÍZHATÓSÁGA

Soros rendszer működőképességének valószínűsége

*(minden elem egyidejűleg működőképes):*

$$R_s(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \ldots \cdot R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad R_i(t) < 1$$

A soros rendszer eredő túlélési valószínűsége kisebb,
mint a legkisebb elemi túlélési valószínűség.

Soros rendszer meghibásodásának valószínűsége:

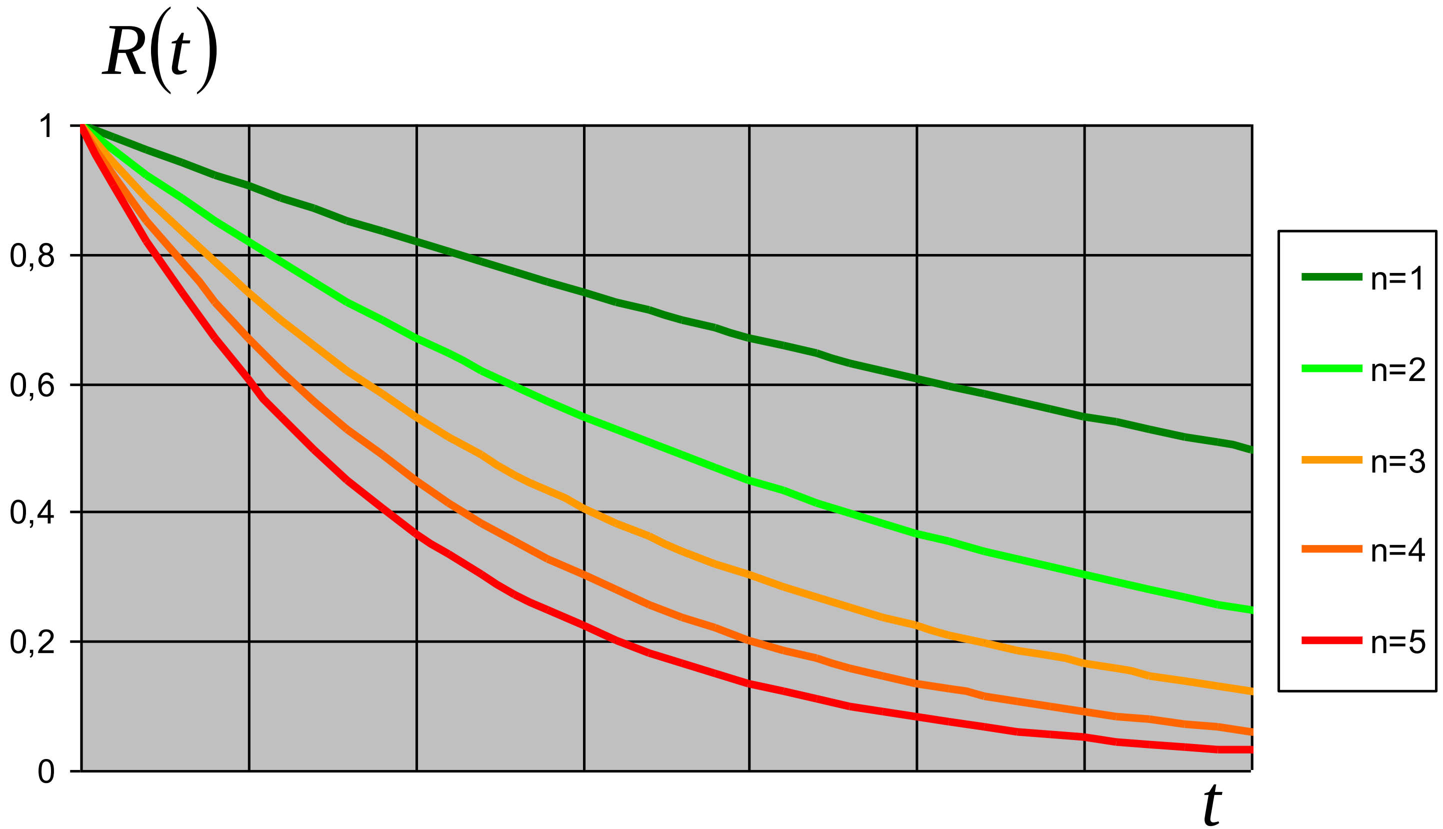
$$F_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left(1 - F_i(t)\right)$$

A rendszer meghibásodási rátájának számítása:

$$R_s(t) = e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot \ldots \cdot e^{-\lambda_n \cdot t} = e^{-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot t} = e^{-\lambda_s \cdot t}$$

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

A rendszer várható élettartama: $T_s = \dfrac{1}{\lambda_s} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$




**P**

$$\forall i : R_i(t_1) = 0{,}9$$

$$n = 10: \qquad R_S(t_1) = R_i(t_1)^{10} = 0{,}9^{10} = 0{,}348678$$

$$n = 100: \qquad R_S(t_1) = R_i(t_1)^{100} = 0{,}9^{100} = 2{,}66 \cdot 10^{-5}$$

## 1. példa

$n=2 \quad R_1=0,1 \quad R_2=0,9$ $\qquad R_s=R_1R_2=0,1\ 0,9=0,09$

$n=2 \quad R_1=0,5 \quad R_2=0,5$ $\qquad R_s=R_1\ R_2=0,5\ 0,5=0,25$

## 2. példa

$n=2 \quad R_1=0,6 \quad R_2=0,8$ $\qquad R_s=R_1\ R_2=0,6\ 0,8=0,48$

$n=2 \quad R_1=0,7 \quad R_2=0,7$ $\qquad R_s=R_1\ R_2=0,7\ 0,7=0,49$

# A MEGBÍZHATÓSÁG NÖVELÉSÉNEK MÓDSZEREI

- Egyszerű rendszerkialakítás, kevés alkatrész (v.ö. bonyolult rendszerek)
- Kis meghibásodási gyakoriságú alkatrészek (magas előállítási költség)
- Azonos meghibásodási gyakoriságok
- Redundáns felépítés (gyenge elemekből jó rendszer)
- Előöregítés
- Tűréselemzés (Worst-Case, Monte Carlo)
- Hibafa elemzés (Fault Tree Analysis)
- Rövid üzemidő / Kis működésszám
- Csökkentett terhelés (derating)
- Túlterhelés elleni védelem
- A kockázatok elkerülése
- Karbantartási stratégiák, megelőző karbantartás
- Automatikus hibadiagnózis

# REDUNDANCIA

A redundancia fogalma és formái

Hardver redundancia

Alkalmazási példák

# A REDUNDANCIA FOGALMA

A redundancia olyan, a rendszer funkcióinak teljesítéséhez minimálisan szükséges, ún. alapkiépítését meghaladó **többlet**, amelyre a megbízhatóság, azaz

- a működőképesség és/vagy
- a belső biztonság

kívánt értékének elérése érdekében van szükség.

A működőképesség növelése növeli a belső biztonságot is, azonban a belső biztonság növelése érdekében alkalmazott redundancia a működőképességet csökkenti.

A redundanciát önmagában vagy más megbízhatóság-növelő módszerekkel kombinálva alkalmazzák.

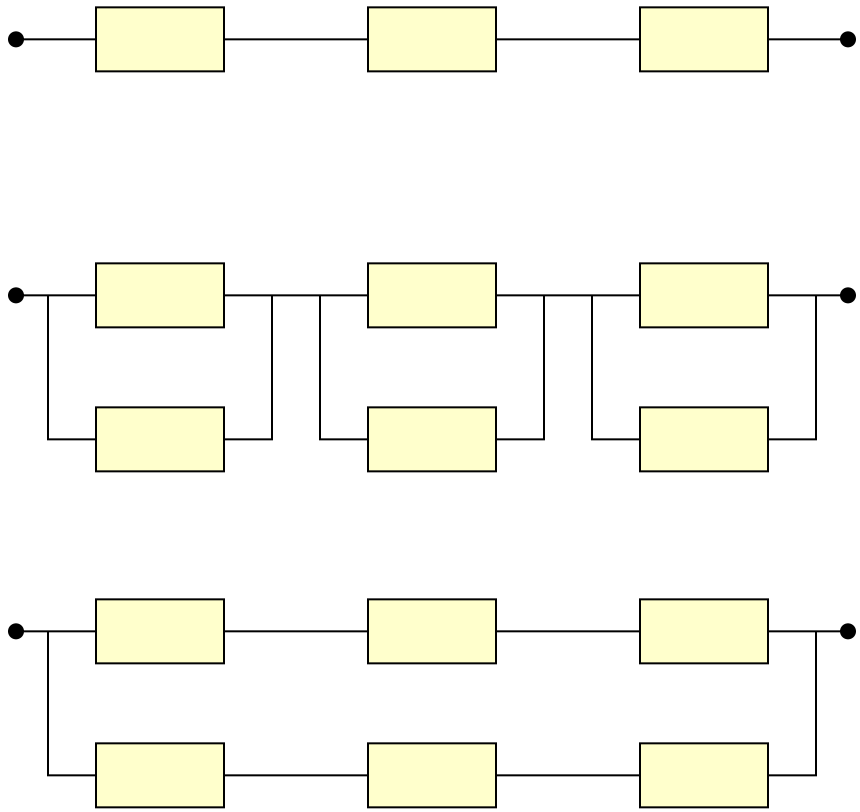
A redundancia fő formái:

- strukturális, ezen belül
  - hardver
  - szoftver,
- információs,
- funkcionális,
- idő,
- terhelési (vö. derating),
- energia és
- ezek kombinációi.

# HARDVER REDUNDANCIA

A **működőképesség növelése** céljából alkalmazott **hardver** redundancia (tartalékolás) szintjei:

- alkatrész,
- fokozat,
- készülék,
- rendszer.



Redundáns felépítés esetén a redundancia fokától függő számú alkatrész, fokozat, készülék, rendszer meghibásodása esetén **a teljes rendszer működőképes marad**.

Hardver redundanciával a redundancia szintjétől, formájától és fokától függően viszonylag **kis megbízhatóságú elemekből nagy megbízhatóságú rendszerek** építhetők.

**Fontos:** a redundancia tényleges meglétét folyamatosan, vagy megfelelő gyakorisággal **ellenőrizni** kell!

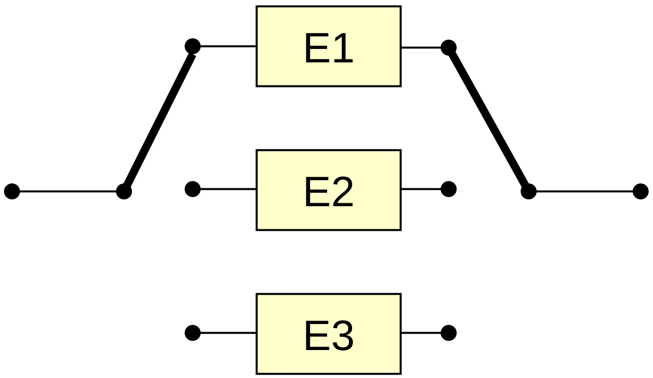
# A HARDVER REDUNDANCIA FAJTÁI

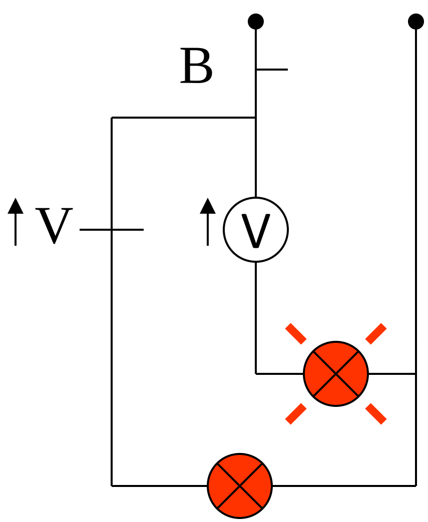
- Passzív redundancia / hideg tartalék
  - Kapcsolt („1 az n-ből”),
  - Csúszó tartalék („k az n-ből”)
- Aktív redundancia / meleg tartalék
  - Nem kapcsolt (párhuzamos, „1 az n-ből”)
  - Kapcsolt („1 az n-ből”)
  - Csúszó tartalék („k az n-ből”)
  - Többségi (szavazó logikával „k az n-ből”)

# PASSZÍV HARDVER REDUNDANCIA

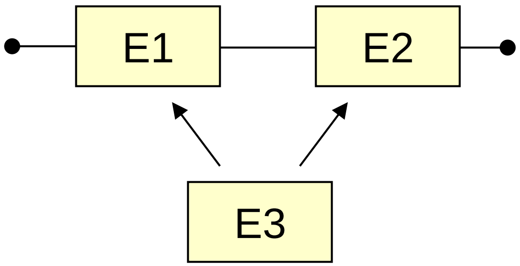
## (Hideg tartalék, cold stand-by)

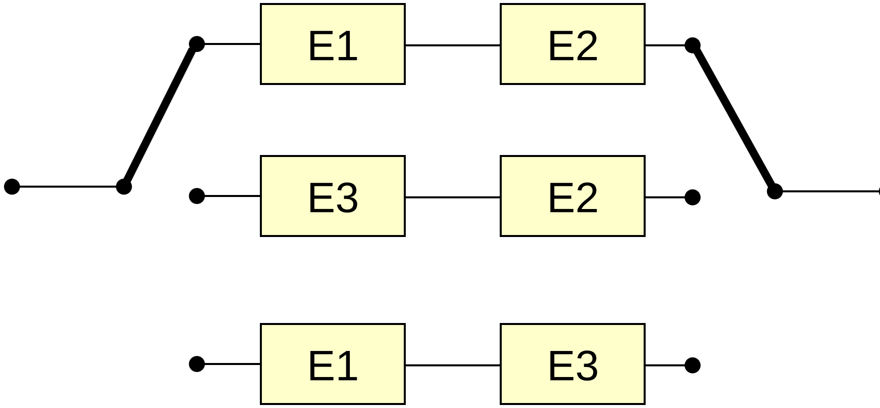
kapcsolt („1 az n-ből”),




csúszó („k az n-ből”)



# IDEÁLIS ÉS VALÓSÁGOS KAPCSOLÓ

Az **ideális** kapcsoló

- kapcsolási ideje $t_k=0$,
- élettartama $T=\infty$.

A **valóságos** kapcsoló

- kapcsolási ideje ($t_k>0$) csak akkora lehet, amekkorát a folyamat megenged;
- élettartama ($T<\infty$) jóval nagyobb kell, hogy legyen, mint az általa kapcsolt tartalék egységeké, hogy a rendszer élettartamát a kapcsoló érdemben ne csökkentse.

A redundancia hasznosítása szempontjából a **kapcsolási idő** nemcsak a kapcsoló fizikai működésének időtartamától, hanem a tartalékelemek használatra alkalmassá tételének időigényétől is függ.

Az **átkapcsolás** történhet:

- kézzel,
- automatikusan.

Passzív redundancia esetén a tartalékelemek (alkatrészek, fokozatok, készülékek, rendszerek) csak az alapelemek meghibásodása esetén veszik át a terhelést, addig nincsenek bekapcsolva. E megoldás

- **előnye**, hogy a tartalékelemek, igénybevétele, ill. használati ideje csak a tartalék funkció tényleges ellátásával kezdődik meg (lényegesen hosszabb élettartam);
- **hátránya**, hogy alkalmazásához kapcsolási folyamatra van szükség, és ez az átkapcsolás az eddig nem használt tartalékelem használatra alkalmassá tétele miatt viszonylag időigényes.

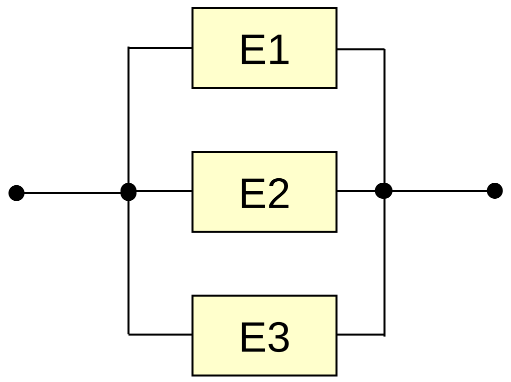
A passzív redundancia **fizikailag** megvalósítható:

- beépített formában,
- cserélhető tartalékelem formájában.

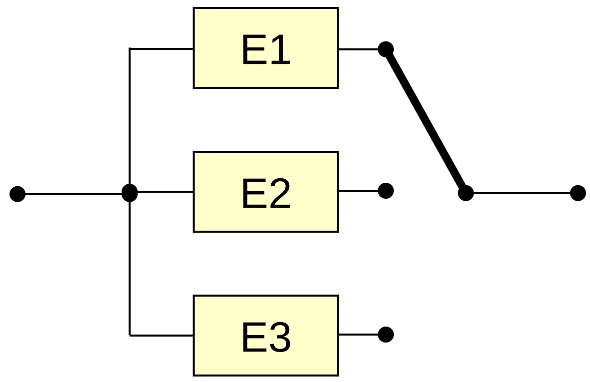
# AKTÍV HARDVER REDUNDANCIA

## (Meleg tartalék, hot stand-by)

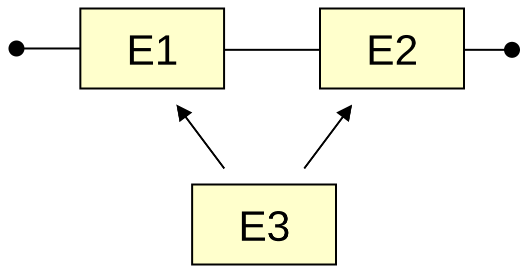
• nem kapcsolt (párhuzamos, „1 az n-ből”)



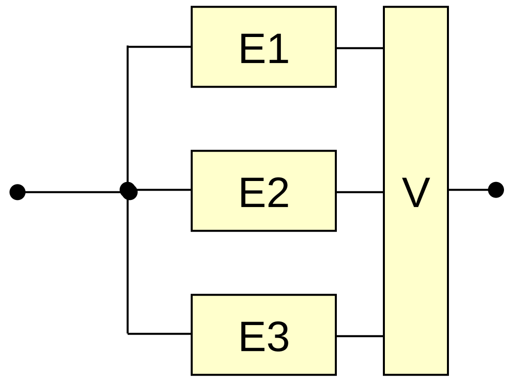

• kapcsolt („1 az n-ből”)




• csúszó („k az n-ből”)




• többségi (szavazó logikával „k az n-ből”)



# AKTÍV REDUNDANCIA

Aktív redundancia esetén a tartalékelemek az alapelemekkel együtt dolgoznak. E megoldás

- **előnye**, hogy a tartalékelemek a használatra azonnal alkalmasak, és a kialakítástól függően átkapcsolásra vagy nincs szükség, vagy ha igen, az átkapcsolási idő igen rövid lehet;
- **hátránya**, hogy a tartalékelemek az alapelemekkel együtt igénybe vannak véve, így nem érhető el akkora élettartam növekedés, mint a passzív redundanciával.

# MARKOV-FÉLE MEGBÍZHATÓSÁGI MODELL

# Markov-modellek

- Állapotok
  - Több lehetséges állapot
- Állapotátmenetek
  - Véletlen események / sztochasztikus
  - Jellemzés: állapotátmeneti gyakoriságokkal, rátákkal [1/h]
    - Konstans ráták: homogén Markov-lánc
    - Időfüggő ráták: fél-Markov-lánc
- Reprezentáció
  - Állapotgráf
  - Matematikai modell
    - Differenciál-egyenlet-rendszer

# Markov-modellek

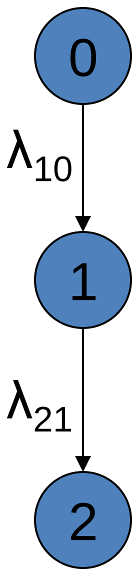
- Alkalmazás a megbízhatóság-elméletben
  - Több meghibásodási állapotú rendszerek modellezése
    - Pl. fail-safe rendszer, redundáns rendszer
  - Több irányú állapotátmenet
    - Pl. javítható rendszer
- Modellezés
  - A rendszer állapotainak meghatározása
    - A rendszer tulajdonságainak, architektúrájának ismeretében → mérnöki feladat, eléggé intuitív
  - Állapotok fajtái
    - Zárt állapothalmaz, tranziens állapotok, abszorbens állapotok
  - Állapotátmeneti gyakoriságok meghatározása
    - Rendszer/alkatrész-jellemzők, rendszerarchitektúra alapján

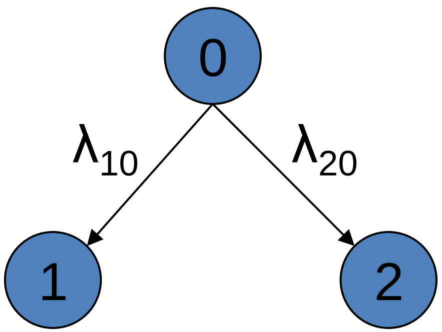
# Megjegyzések a rendszerállapotokhoz

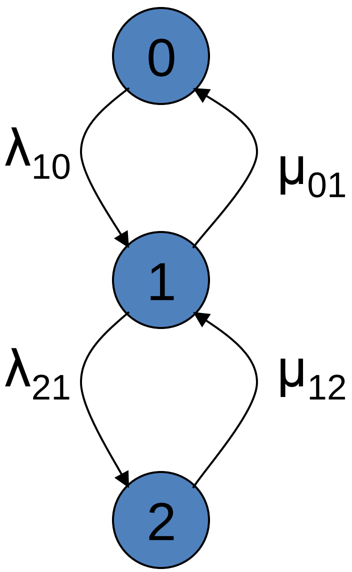
Egy nem javítható rendszer állapotai:
- tranziens (működőképes) állapotok,
- abszorbens (működésképtelen) állapot.

Egy többféle meghibásodási móddal rendelkező rendszernek lehet több abszorbens állapota is (pl. akadályozó és veszélyeztető).

Egy javítható rendszer állapotai periodikusan elérhetők, zárt állapothalmazt képeznek.



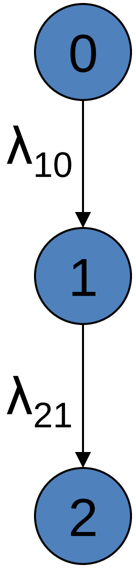
# Az állapotegyenletek felírása

Az állapotmodellek matematikailag állapotegyenletekkel írhatók le.

Az állapotegyenletek felírásának lépései:

- differenciaegyenletek felírása,
- átmenet differenciálegyenletekbe,
- mátrixos írásmód alkalmazása.

# Három állapotú, nem javítható rendszer




$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - P_0(t)\,p_{10}(\Delta t) \qquad p_{10}(\Delta t) = \lambda_{10}\Delta t$$

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - P_0(t)\lambda_{10}\Delta t$$

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t) + P_0(t)\lambda_{10}\Delta t \quad - P_1(t)\lambda_{21}\Delta t$$

$$P_2(t+\Delta t) = P_2(t) \quad + P_1(t)\lambda_{21}\Delta t$$

$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{(\Delta t)} = -\lambda_{10}P_0(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} = \frac{dP_0(t)}{dt} = P_0^{'}(t)$$

$$P_0^{'}(t) = -\lambda_{10}P_0(t)$$

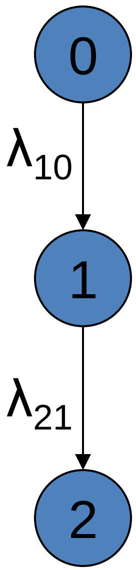
$$P_1^{'}(t) = +\lambda_{10}P_0(t) - \lambda_{21}P_1(t)$$

$$P_2^{'}(t) = \quad + \lambda_{21}P_1(t)$$

$$\boxed{\underline{P}^{'}(t) = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{P}(t)}$$

$$\begin{bmatrix} P_0^{'}(t) \\ P_1^{'}(t) \\ P_2^{'}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21} & 0 \\ 0 & +\lambda_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

## Gyakorlati megjegyzések az állapotegyenletek felírásához




$$\boxed{\underline{P}'(t) = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{P}(t)}$$

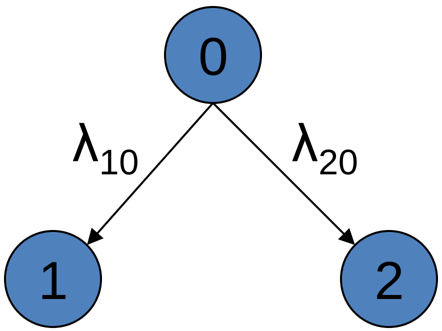
$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21} & 0 \\ 0 & +\lambda_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

A mátrixos forma közvetlenül az állapotdiagramból levezethető.

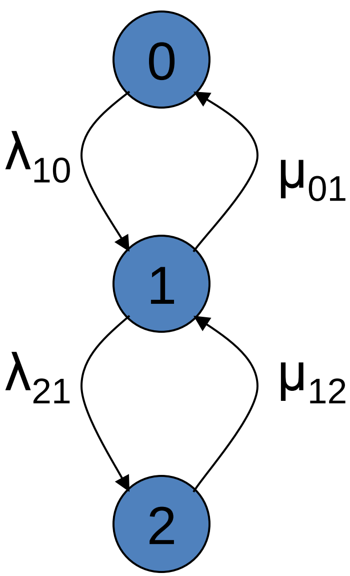
Az átmeneti mátrix minden oszlopösszege 0.

A főátlóban szereplő negatív értékek az adott oszlop többi elemének összegével egyenlők.

# Mátrixos alak közvetlen felírása




$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10}-\lambda_{20} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{20} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$




$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & +\mu_{01} & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21}-\mu_{01} & +\mu_{12} \\ 0 & +\lambda_{21} & -\mu_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

# REDUNDÁNS RENDSZEREK MEGBÍZHATÓSÁGÁNAK SZÁMÍTÁSA

Passzív redundancia

Párhuzamos rendszerek

Összehasonlítás

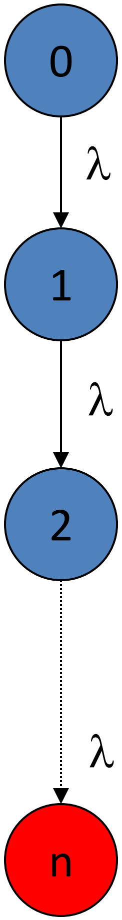
# PASSZÍV REDUNDANCIA SZÁMÍTÁSA

# PASSZÍV REDUNDANCIA IDEÁLIS KAPCSOLÓVAL

Feltételezések a további vizsgálatokhoz:

- a tartalékelemek kikapcsolt állapota semmilyen értelemben nincs hatással megbízhatóságukra,
- az elemek megbízhatósági jellemzői azonosak,
- az elemek élettartama exponenciális eloszlású,
- a kapcsoló ideális.

$$T_s = \sum_{i=1}^{n} T_i = nT = n\frac{1}{\lambda}, \qquad ha\ \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$$




Annak a valószínűsége, hogy a rendszer az *i* jelű állapotban tartózkodik:

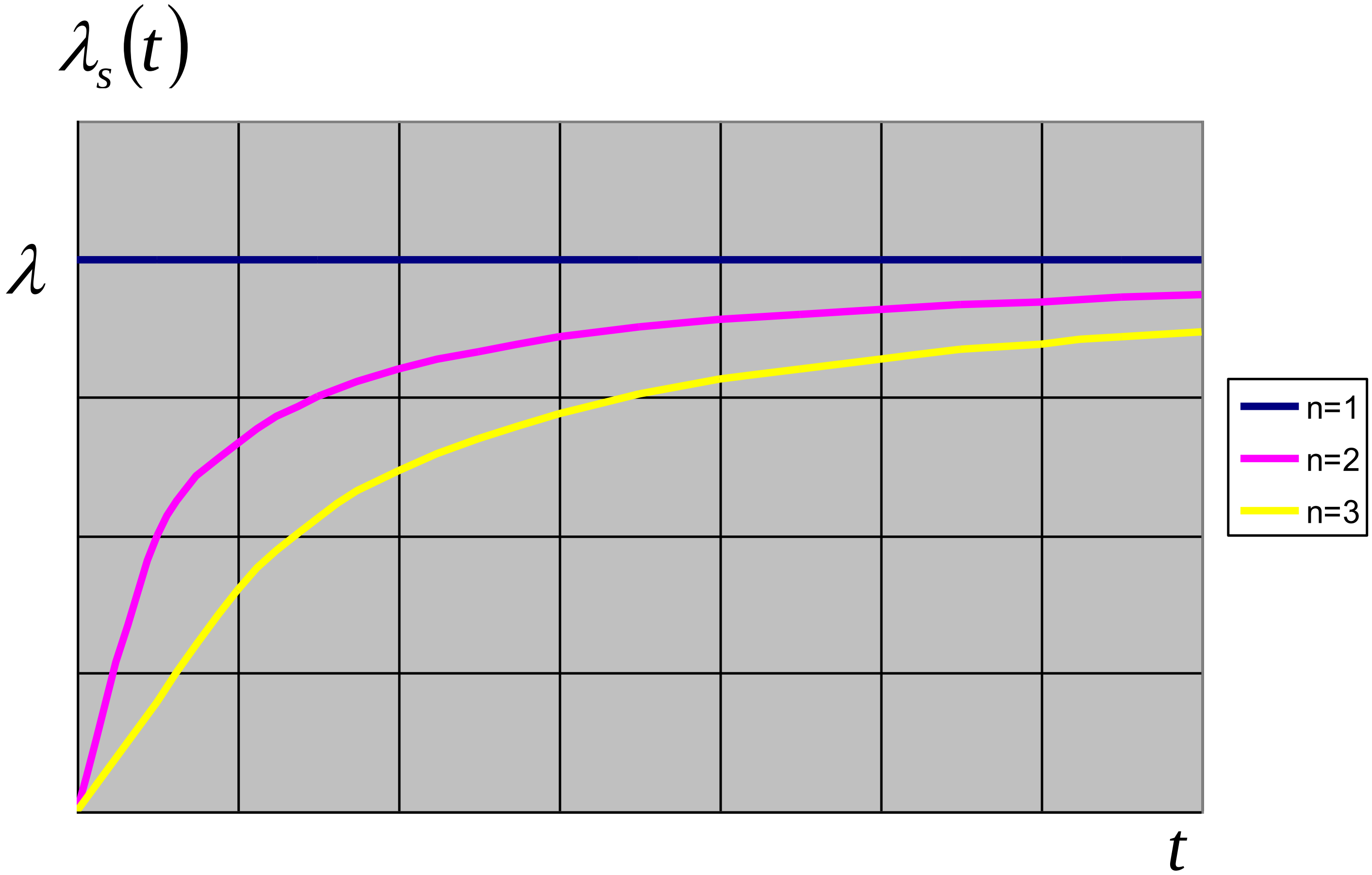
$$P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}; \qquad i = 0 \ldots n-1$$

A rendszer működőképes a *0, 1, …, n-1* állapotokban:

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$

A gyakorlatban legtöbbször n=2

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = (1+\lambda t)e^{-\lambda t}$$




Eredő λ nem konstans, hanem időfüggő!

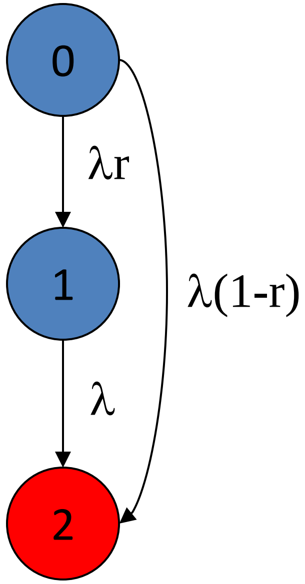
Legyen *r* a kapcsoló működőképességének valószínűsége.

Annak a valószínűsége, hogy a rendszer az *i* jelű állapotban tartózkodik:

$$P_i(t) = r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}; \qquad i = 0 \ldots n-1$$

A rendszer működőképes a *0, 1, …, n-1* állapotokban:

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$




A gyakorlatban legtöbbször n=2

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{1} r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = (1 + \lambda t r) e^{-\lambda t}$$

# PÁRHUZAMOS RENDSZEREK (AKTÍV REDUNDACIA) SZÁMÍTÁSA

Feltételezések a további vizsgálatokhoz:

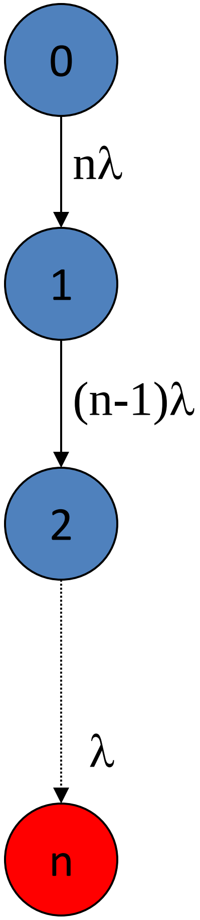
- az elemek megbízhatósági jellemzői azonosak,
- az elemek élettartama exponenciális eloszlású.

---

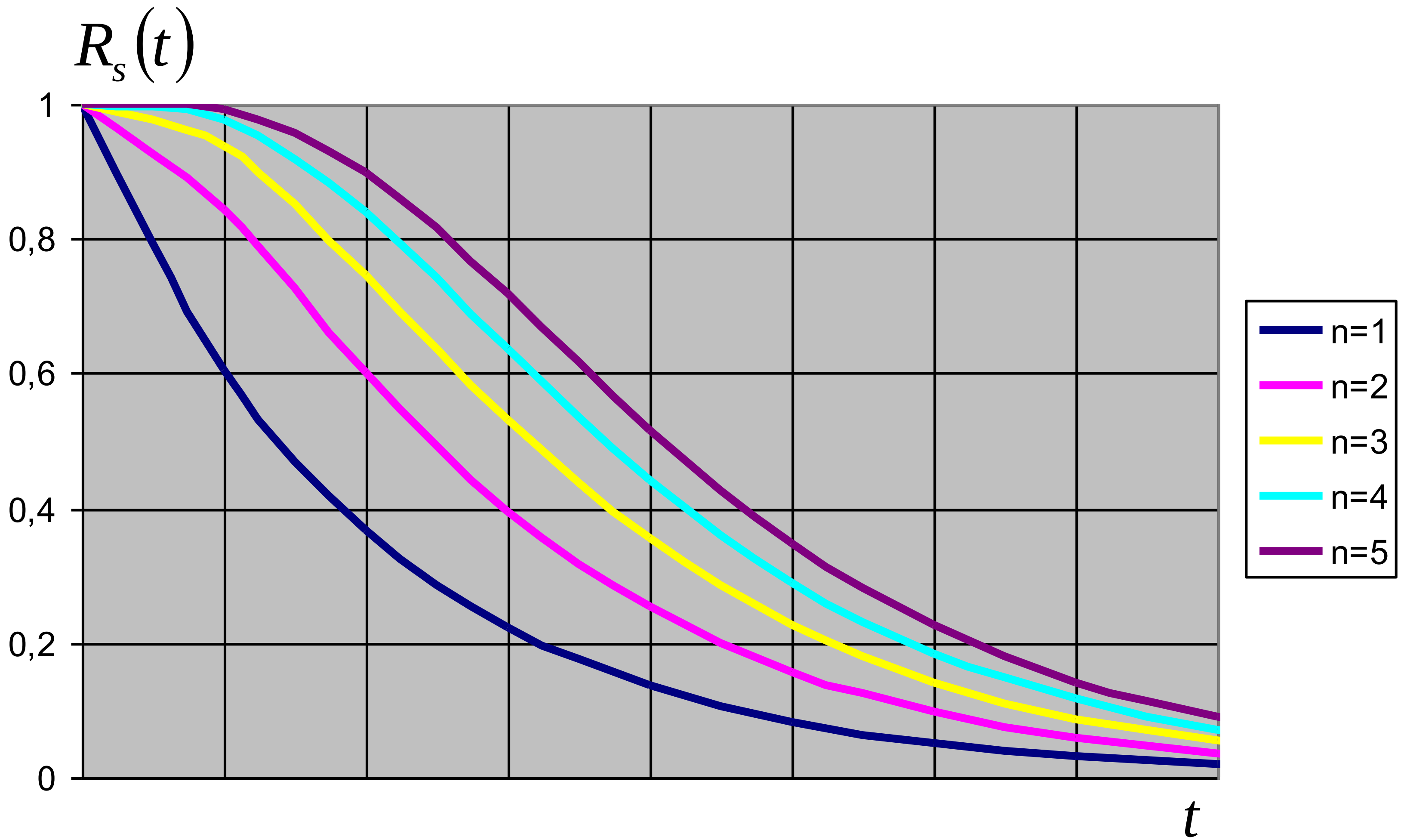
A rendszer csak akkor hibásodik meg, ha valamennyi párhuzamos elem meghibásodott:

$$F_s(t) = \prod_{i=1}^{n} F_i(t) = F(t)^n, \quad ha\ \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$$

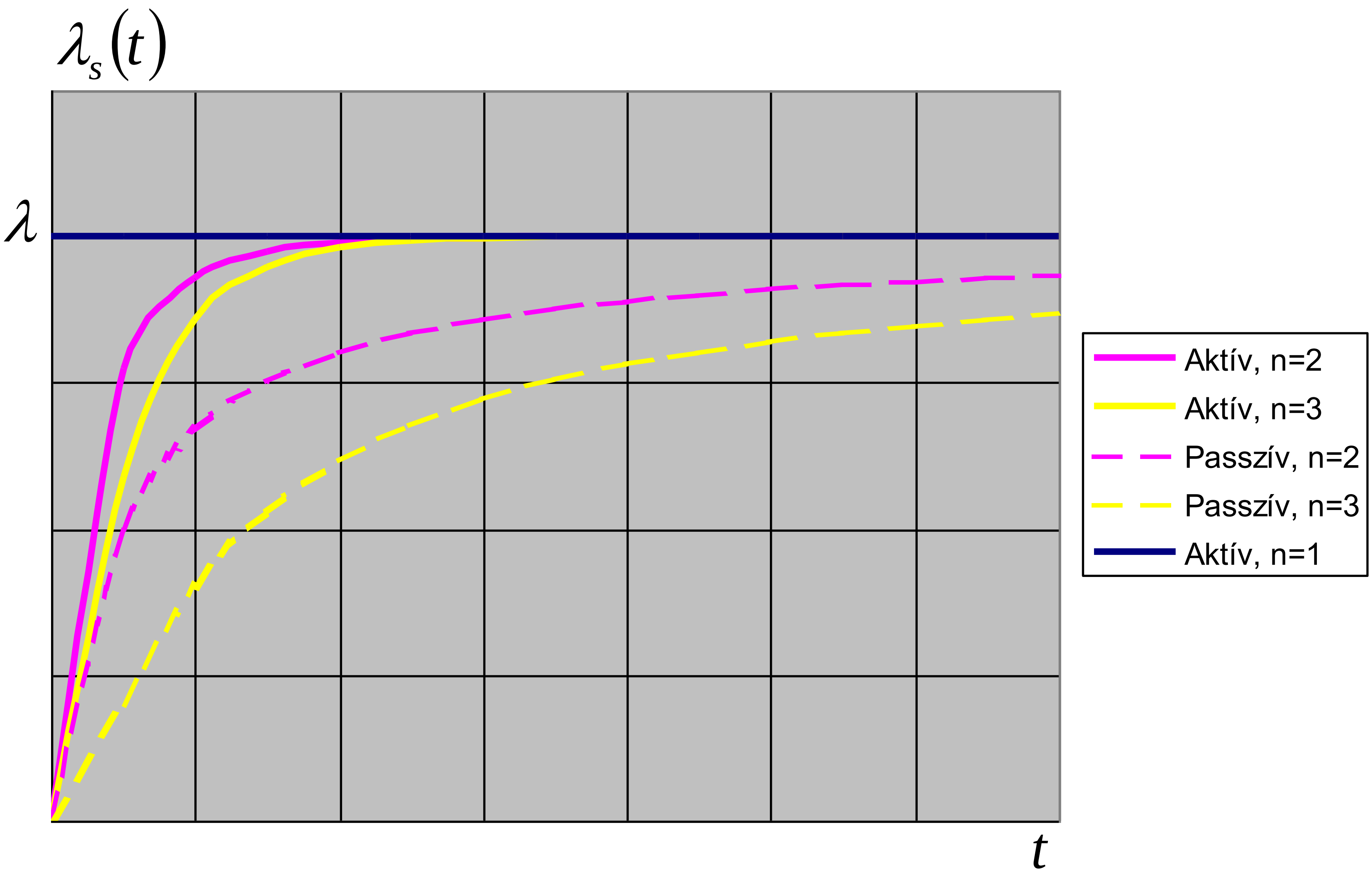
$$R_s(t) = 1 - \left(1 - R(t)\right)^n$$



# PÁRHUZAMOS REDUNDANCIA – RENDSZER-MŰKÖDŐKÉPESSÉG



# PÁRHUZAMOS REDUNDANCIA - RENDSZER-MEGHIBÁSODÁSI RÁTA




Eredő λ nem konstans, hanem időfüggő!

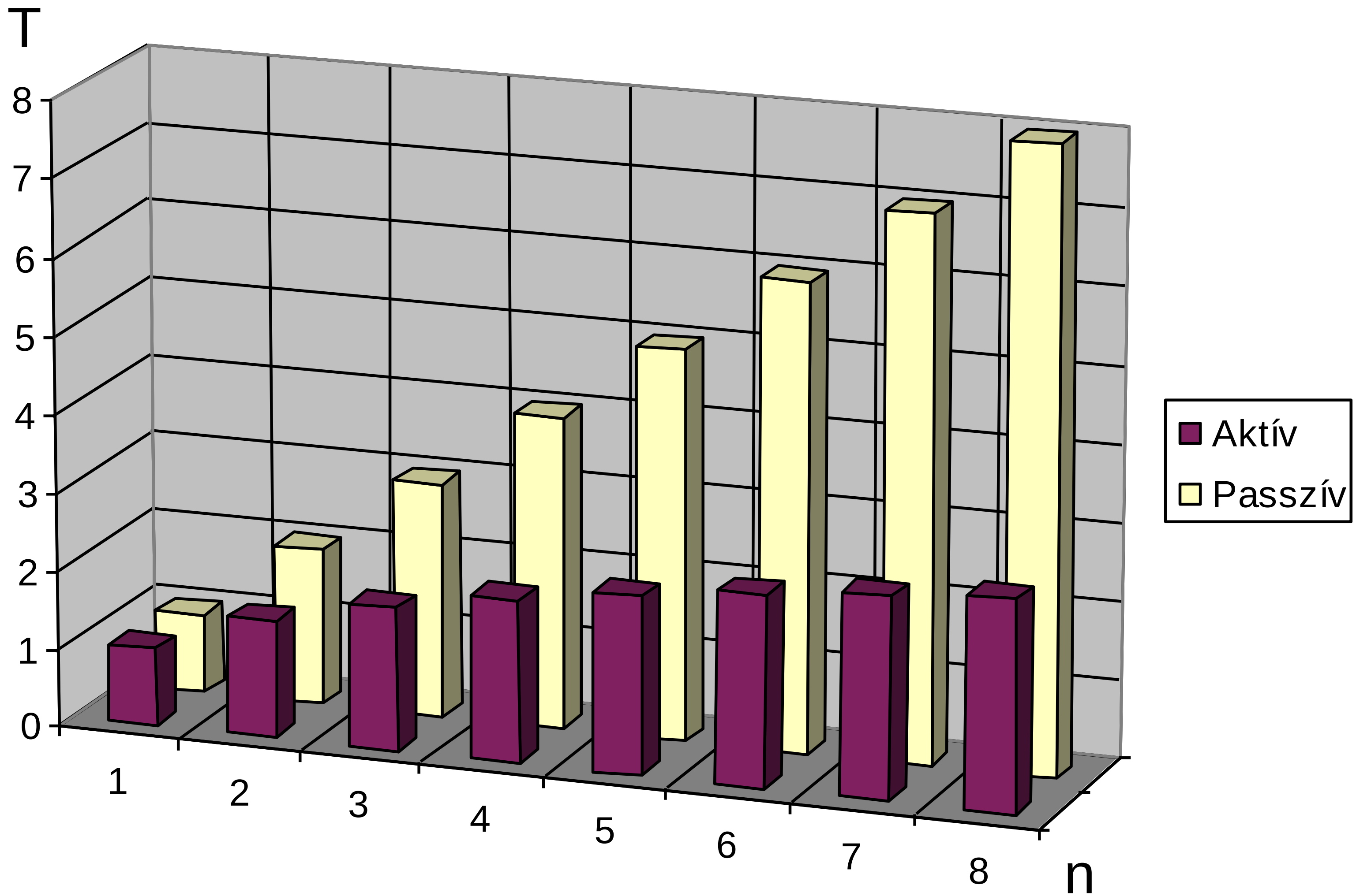
$$T_s = \int_0^{\infty} R_s(t)\,dt = \int_0^{\infty} \left[1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^n\right] dt = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$$

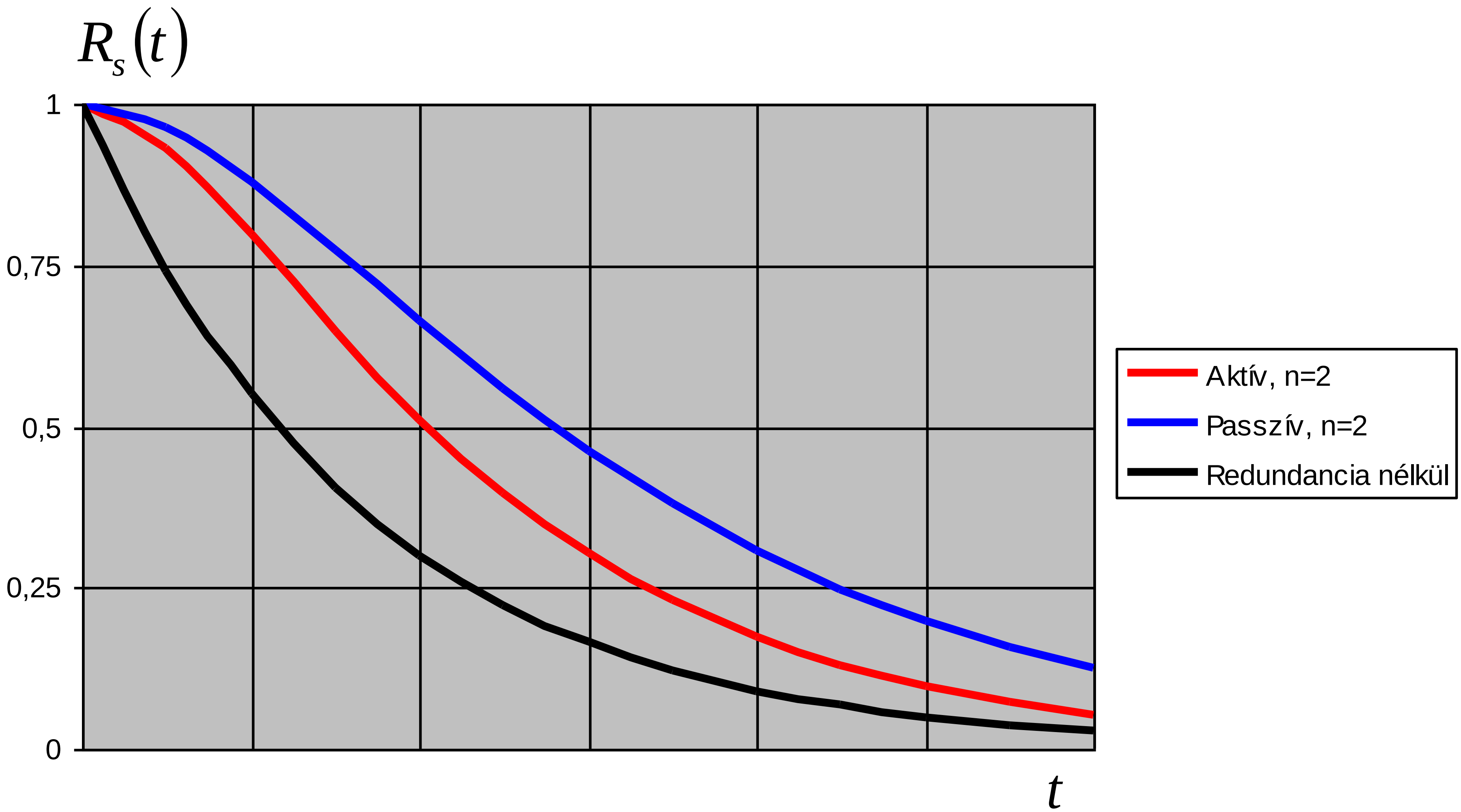
Legyen n = 2

$$T_s(t) = \int_0^{\infty} \left[1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^2\right] dt = \int_0^{\infty} \left(2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right) dt$$

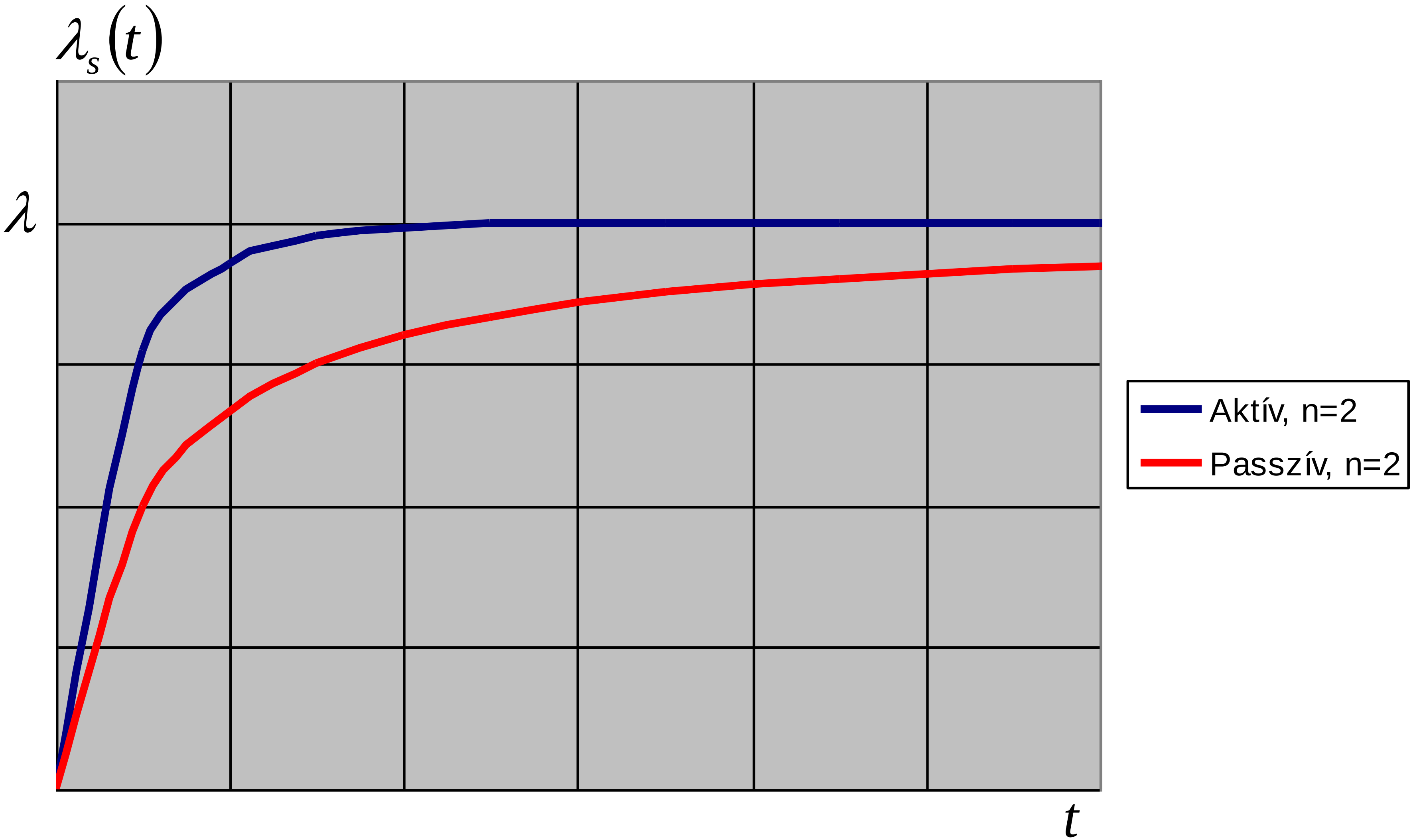
$$T_s(t) = \left[-\frac{2}{\lambda}e^{-\lambda t} + \frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t}\right]_0^{\infty} = \frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

# AZ AKTÍV ÉS A PASSZÍV REDUNDANCIA ÖSSZEHASONLÍTÁSA

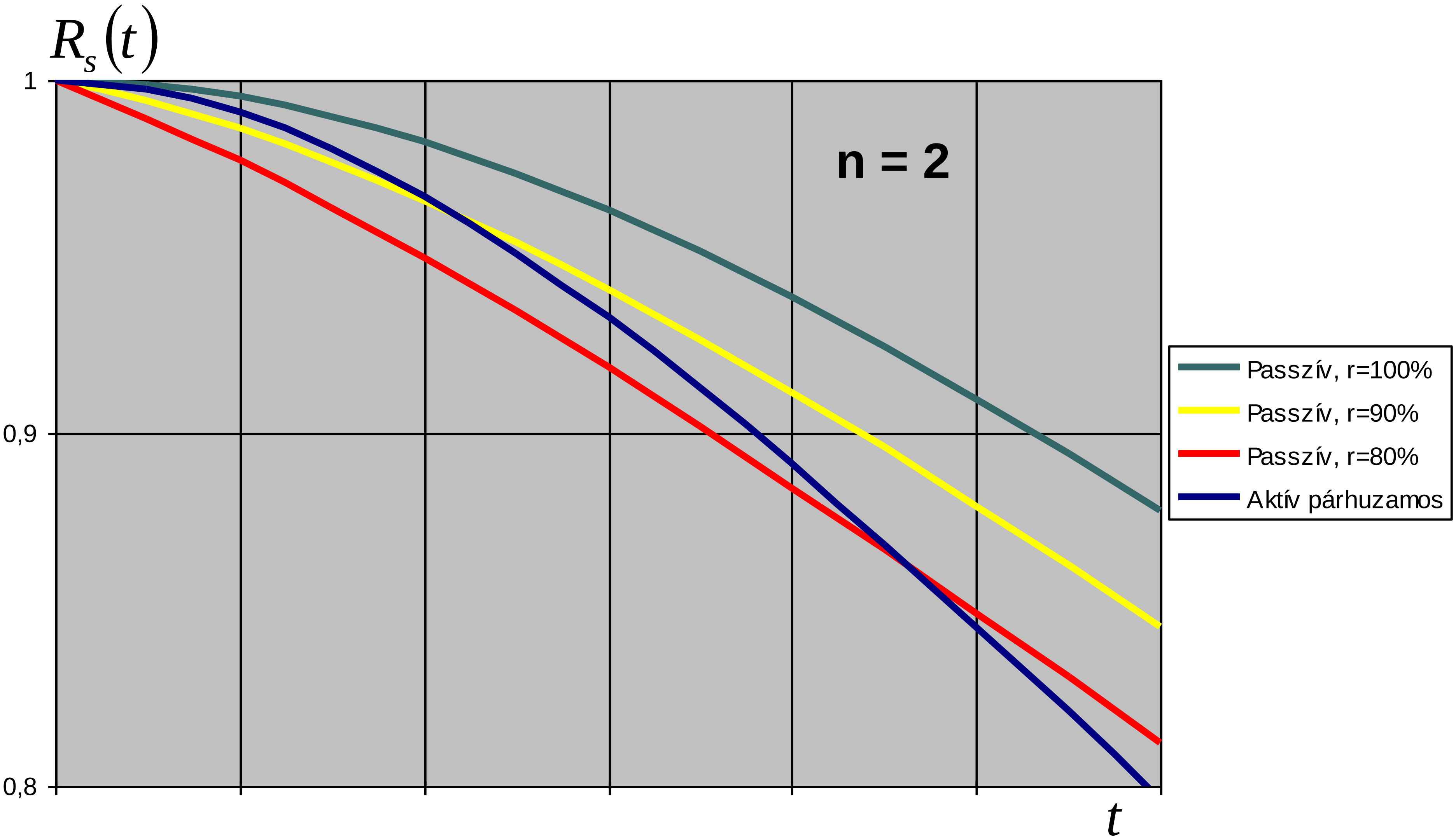

T
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
n
Aktív
Passzív


$R_s(t)$
1
0,75
0,5
0,25
0
$t$
Aktív, n=2
Passzív, n=2
Redundancia nélkül

# RENDSZER MEGHIBÁSODÁSI RÁTA – AKTÍV ÉS PASSZÍV REDUNDANCIA



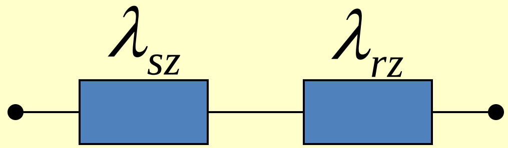
# AKTÍV REDUNDANCIA – PASSZÍV REDUNDANCIA VALÓSÁGOS KAPCSOLÓ



# ALKALMAZÁSI PÉLDÁK

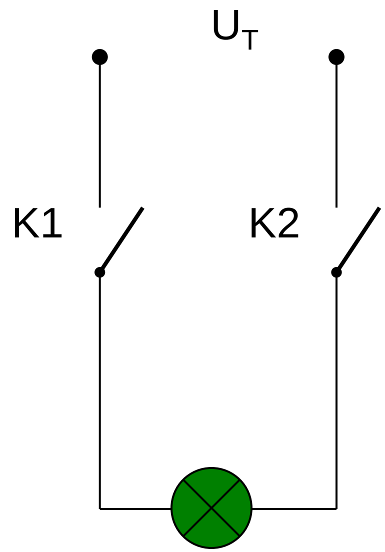
# PÁRHUZAMOS REDUNDANCIA – SOROS FIZIKAI KAPCSOLÁS

$$\lambda \cong \lambda_{szakadás} + \lambda_{rövidzár}$$

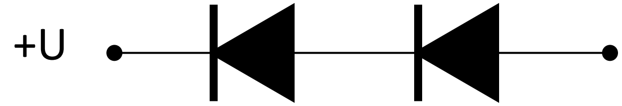



Egy hiba következtében ne legyen veszélyhelyzet!

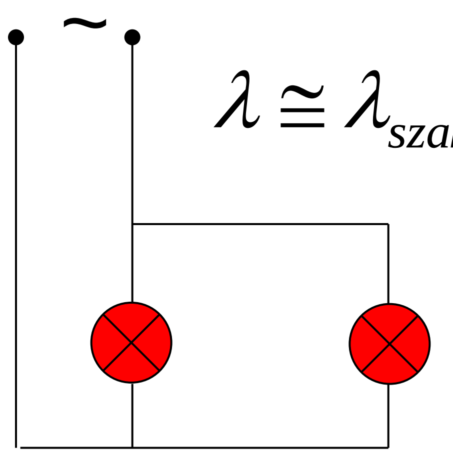
$$\lambda_{KAPCS} \cong \lambda_{rövidzár}$$




$$\lambda_D \cong \lambda_{rövidzár}$$

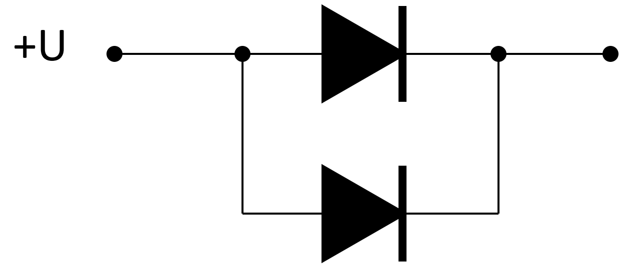


**Működjön hiba esetén is!**



$$\lambda \cong \lambda_{szakadás}$$

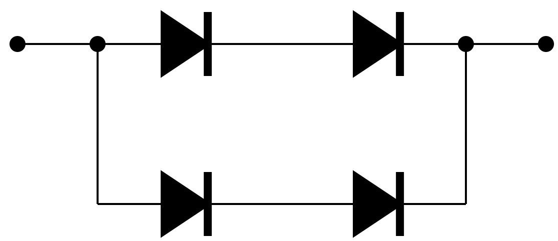
$$\lambda_D \cong \lambda_{szakadás}$$

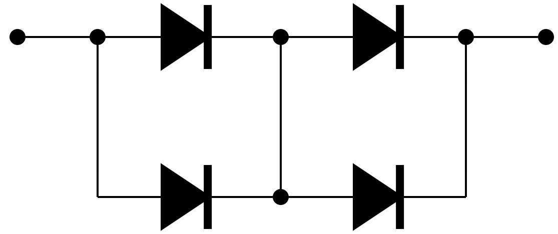



## PÁRHUZAMOS REDUNDANCIA – VEGYES FIZIKAI KAPCSOLÁS

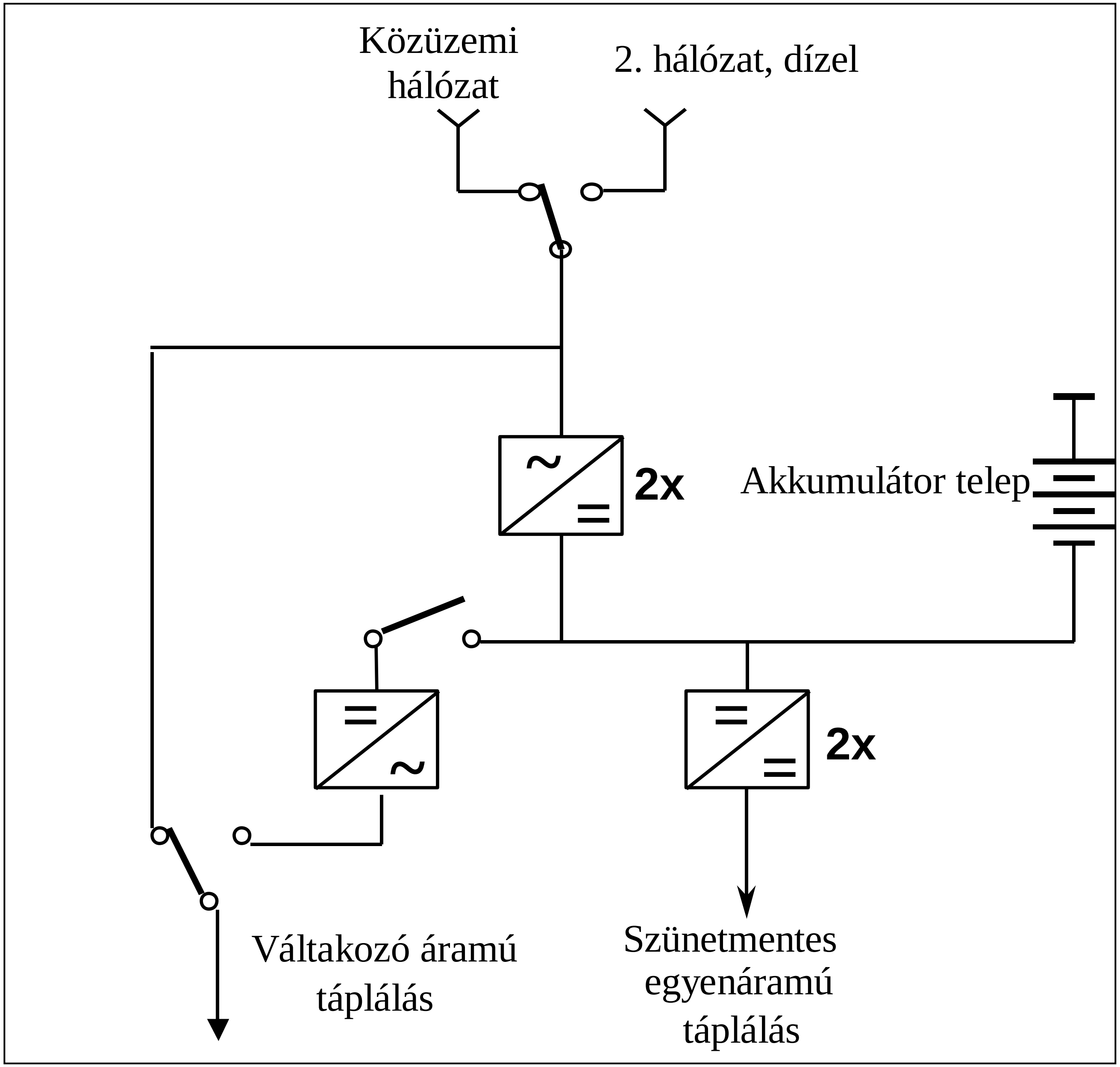
**Helyesen működjön szakadás és rövidzár esetén is!**

$$\lambda_{rövidzár} \cong \lambda_{szakadás}$$

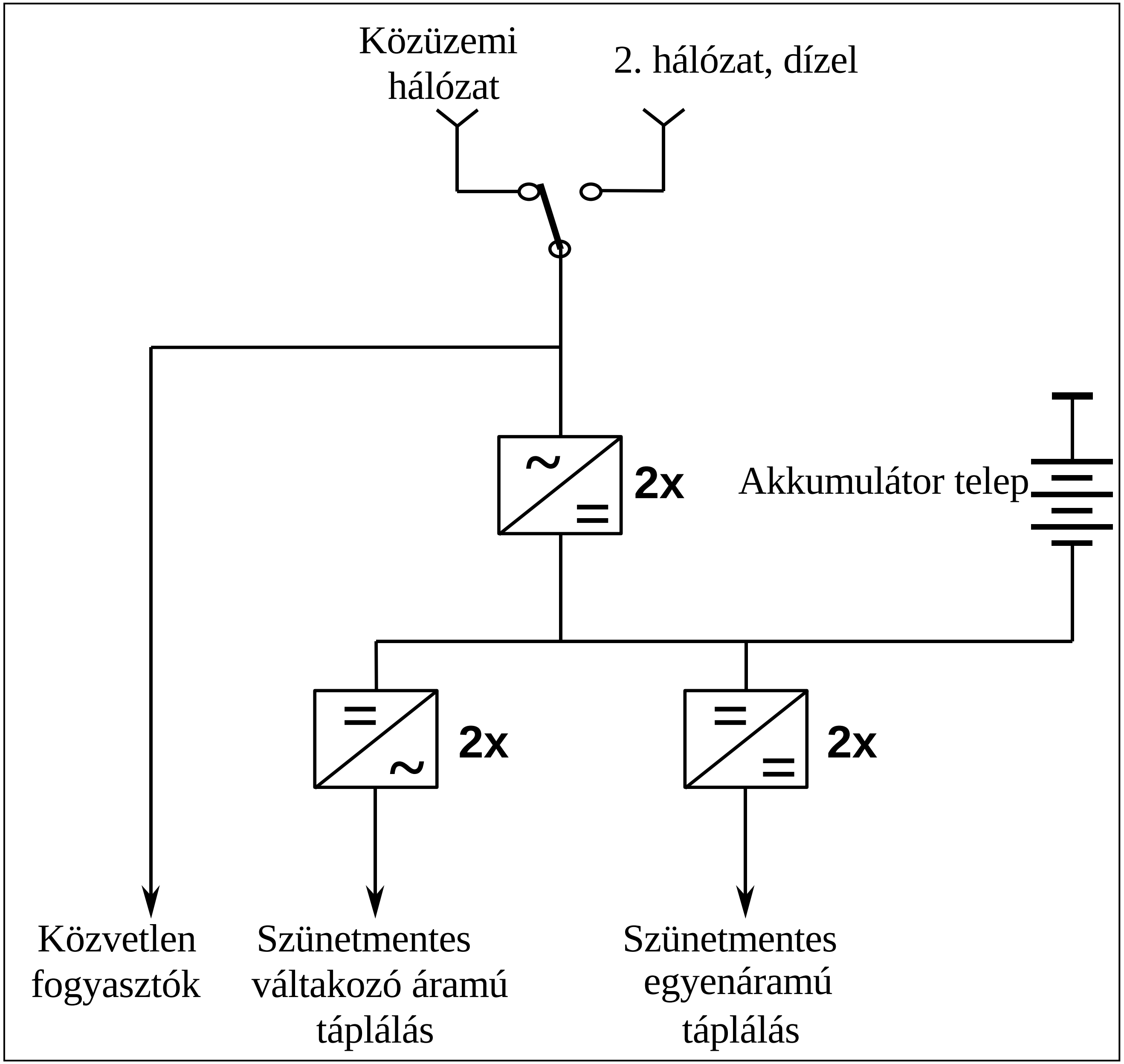




# ÁRAMELLÁTÁSI RENDSZER PRIMER ÉS SZEKUNDER OLDALI TARTALÉKOLÁSSAL



# SZÜNETMENTES ÁRAMELLÁTÁSI RENDSZER



# „k” az „n”-ből rendszerek

# Definíció és alkalmazási területek

Egy „n” elemből álló rendszernek legalább „k” eleme működőképes kell legyen ahhoz, hogy a rendszer működőképes legyen.

A „k” számú elem egyidejű működése szükséges lehet

- **működőképességi** okokból, pl.:
  - egy autó közlekedéséhez négy üzemképes kerék szükséges,
  - egy autóbuszjáraton a menetrend betartásához a működőképes járművek meghatározott mennyisége szükséges;
- **biztonsági** okokból, annak érdekében, hogy valamely elem meghibásodása vagy nem megfelelő működése (pl. átmeneti zavar) esetén sem léphessen fel a rendszerben veszélyeztető állapot.

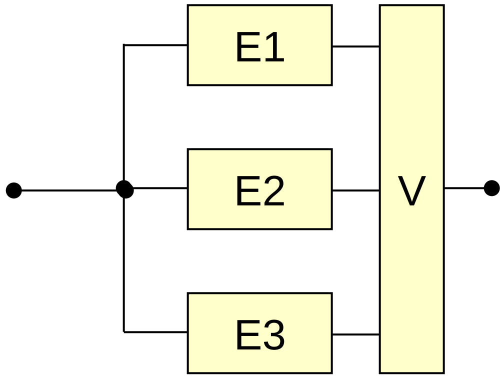
A rendszer **működőképességének**, illetve **biztonságának növelését** a minimálisan szükséges „k” számú helyett „n” számú elem alkalmazása biztosítja.

# Aktív
# „k” az „n”-ből rendszerek

# Szavazó logikás (többségi vagy majoritásos) rendszerek

A helyes döntéshez az elemeknek legalább a fele működőképes kell, hogy legyen:

$$k \geq \frac{n+1}{2}$$



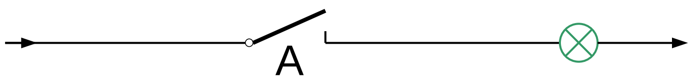

**3-ból 2 rendszer**

# Aktív k az n-ből rendszerek

- Fontos:
  - Jó kompromisszum a tisztán soros és a tisztán párhuzamos rendszer között
    - A tisztán soros rendszer nagyon biztonságos, de nem nagyon működőképes
    - A tisztán párhuzamos rendszer nagyon működőképes, de nem nagyon biztonságos.
    - A k/n rendszerek a kettő között helyezkednek el: elég biztonságos és elég működőképes

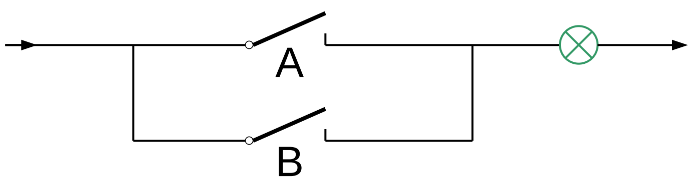
# A működőképesség és a biztonság növelése

a)



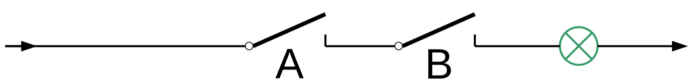

**Egyszerű kapcsolás**

b)




**Növelt működőképesség**
**2-ből 1**

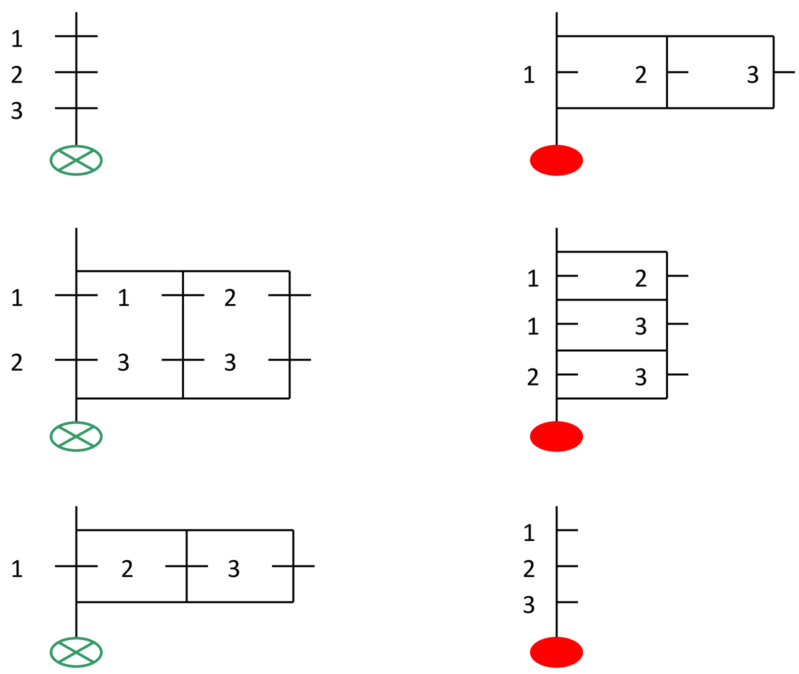
c)




**Növelt biztonság**
**2-ből 1**

# A közlekedési folyamat működőképessége és biztonsága

| Zöld fény hiba | | Vörös fény hiba | |
|---|---|---|---|
| Működő-képesség | Biztonság | Működő-képesség | Biztonság |
| szempontjából | | szempontjából | |
| Nem gyullad ki | Szándékolat-lanul ég | Szándékolat-lanul ég | Nem gyullad ki |
| oka | | oka | |
| szakadás | rövidzár | rövidzár | szakadás |
| a kapcsoló érintkezőknél | | | |



## A zöld és a vörös fény kapcsolása

| a működőképesség szempontjából | a biztonság szempontjából |
|---|---|
| soros | párhuzamos |
| 2 a 3-ból | |
| párhuzamos | soros |

## Működőképesség „k” az „n”-ből aktív redundancia esetén

A binomiális tétel alapján: $\left[R(t)+F(t)\right]^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} R(t)^i F(t)^{n-i}$

A rendszer működőképes, ha $k \le i \le n$ eleme működőképes:

$$R_s(t) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R(t)^i \left[1 - R(t)\right]^{n-i}$$

A rendszer működésképtelen, ha $0 \le i \le k-1$ eleme működőképes:

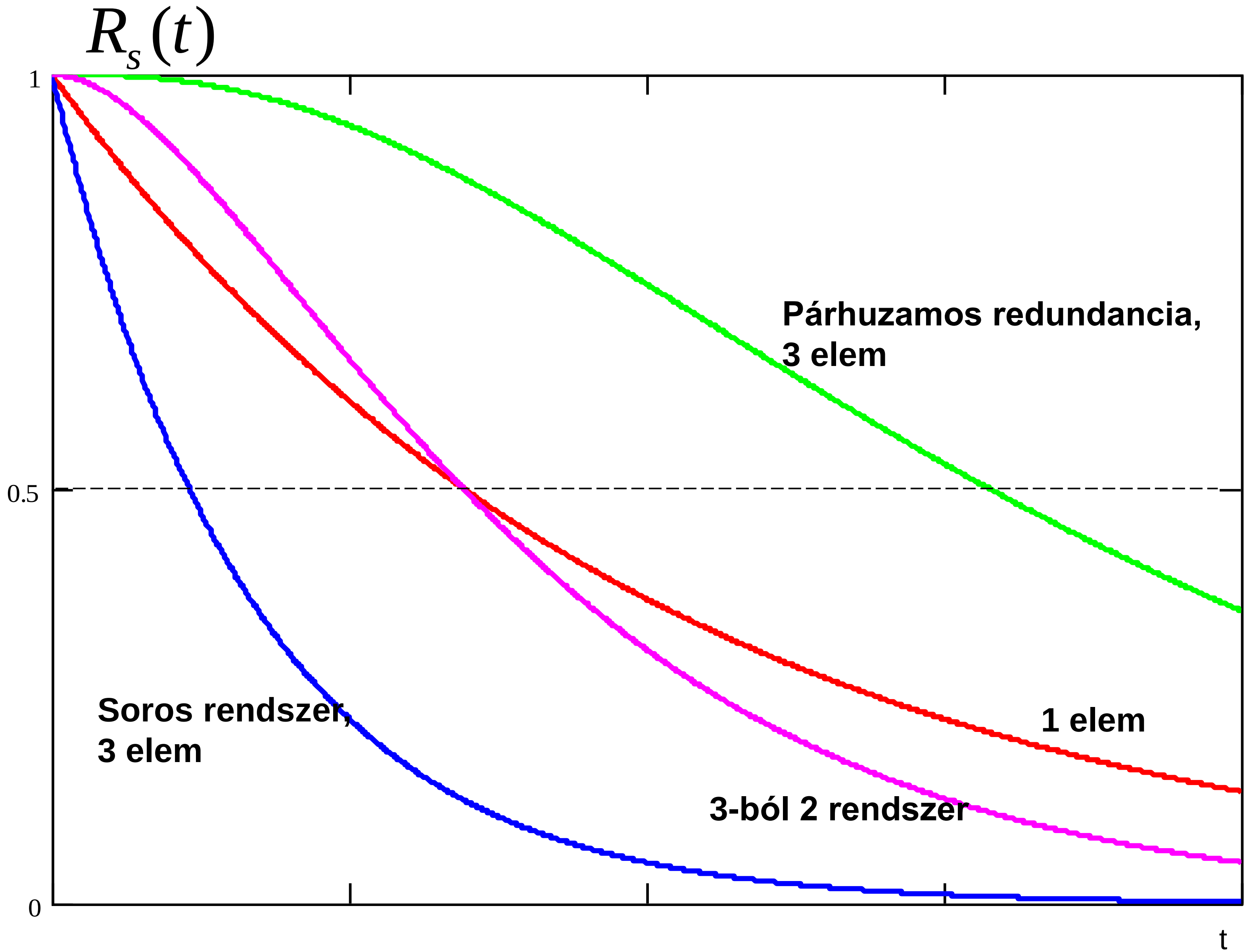
$$F_s(t) = \sum_{i=0}^{k-1} \binom{n}{i} \left[1 - F(t)\right]^i F(t)^{n-i}$$

A gyakorlatban F(t)<<R(t), így: $\Longrightarrow$ $F_s(t) \approx \sum_{i=0}^{k-1} \binom{n}{i} F(t)^{n-i}$

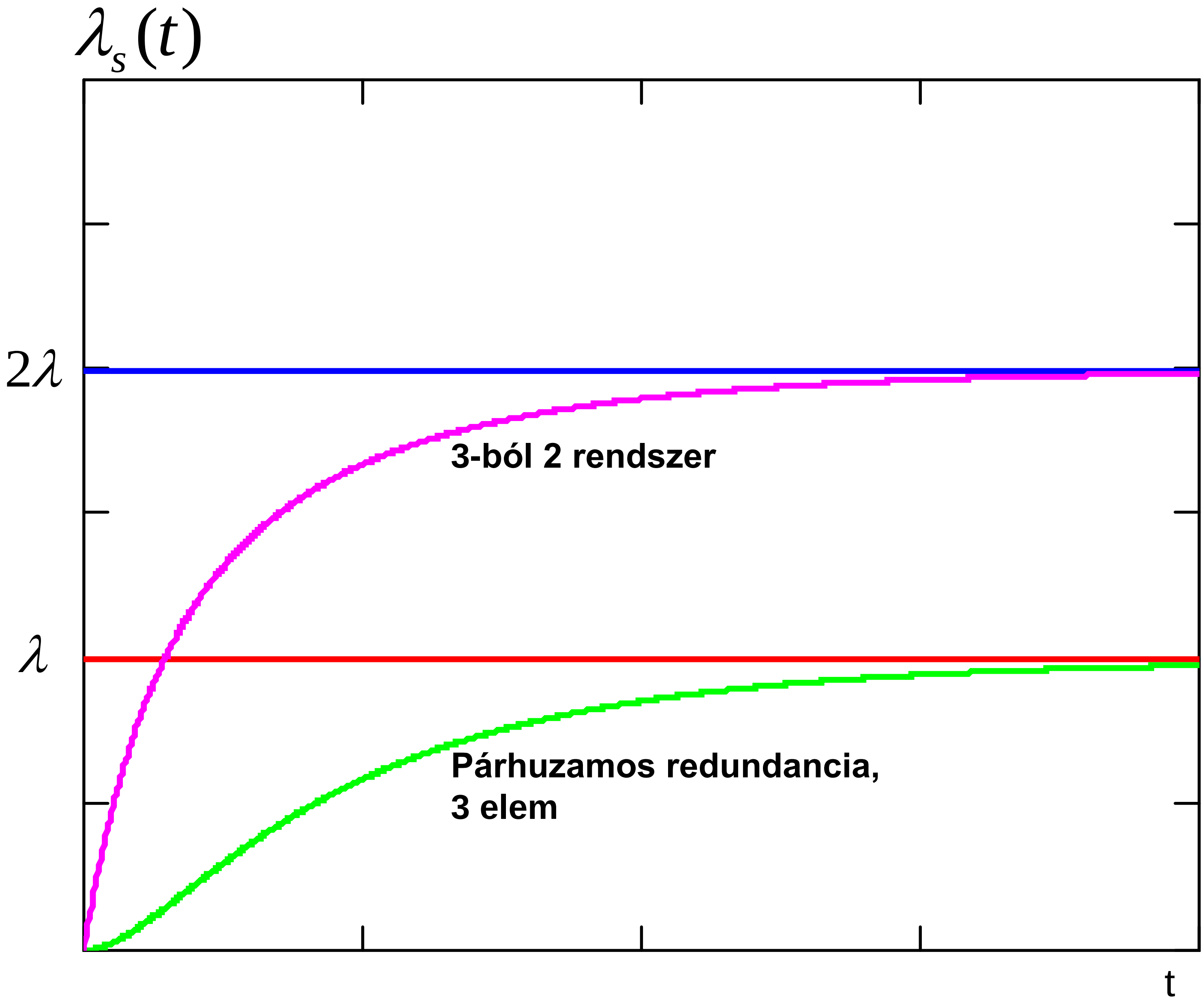
Exponenciális eloszlás esetén, további közelítéssel:

$$F_s(t) \approx \sum_{i=0}^{k-1} \binom{n}{i} (\lambda t)^{n-i}$$

# 3-BÓL 2 RENDSZER TÚLÉLÉSI VALÓSZÍNŰSÉG



# 3-BÓL 2 RENDSZER MEGHIBÁSODÁSI RÁTA



# Várható élettartam „k az n-ből” aktív redundancia esetén

Párhuzamos rendszer esetén $$T_s = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$$

A „k az n-ből” rendszer csak akkor működik, ha $k \le i \le n$

$$\boxed{T_s = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=k}^{n}\frac{1}{i}}$$

$$\boxed{k \ge \frac{n+1}{2} \;\Rightarrow\; T_s < \frac{1}{\lambda}}$$ !!!

**Számítsuk ki különböző rendszerek várható élettartamát!**

$$T_{2/3} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6\lambda}$$

$$T_{1/3} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{6\lambda}$$

$$T_{3/5} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) = \frac{47}{60\lambda}$$

$$T_{2/4} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = \frac{13}{12\lambda}$$

# Passzív
# „k” az „n”-ből rendszerek

# Paraméterek „k az n-ből” passzív redundancia esetén

$\boxed{k = 1}$

$\boxed{1 \le k \le n}$

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-k} \frac{(k\lambda t)^i}{i!} e^{-k\lambda t}$$

$$T_s(t) = \frac{n}{\lambda}$$

$$T_s(t) = \frac{n - k + 1}{k\lambda}$$

# JAVÍTHATÓ RENDSZEREK

## Karbantarthatóság
## Maintainability

A karbantartás (maintenance) azon intézkedések összessége, amelyek célja egy rendszer készenlétének, vagy más szóval rendelkezésre állásának (availability) a biztosítása.

A karbantartás fajtái:

- tervszerű (megelőző) karbantartás, a működőképesség megtartása érdekében,
- terven kívüli (javító) karbantartás, a működőképesség helyreállítása érdekében.

A karbantarthatóságot a működőképességgel analóg módon definiáljuk:

$$M = f(t)$$

annak a valószínűsége, hogy az adott „t” időpontra a karbantartási tevékenységek befejeződtek.

## Karbantartási gyakoriság

A „μ” karbantartási gyakoriságot a „λ” meghibásodási gyakorisághoz hasonlóan definiáljuk:

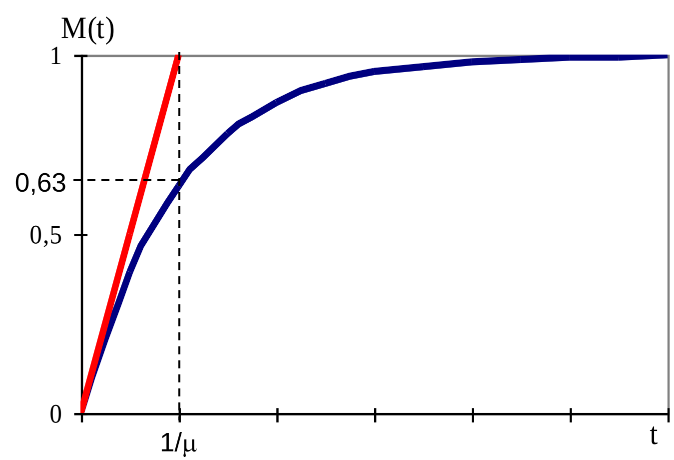
$$\lambda(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} \qquad \mu(t) = \frac{\frac{dM(t)}{dt}}{1 - M(t)}$$

A karbantartási vagy javítási gyakoriság az időegység alatt kijavítható egységek számát fejezi ki.

Exponenciális karbantartási függvény esetén:

$$\mu(t) = \mu = \acute{a}lland\acute{o}$$

$$\boxed{M(t) = 1 - e^{-\mu t}}$$



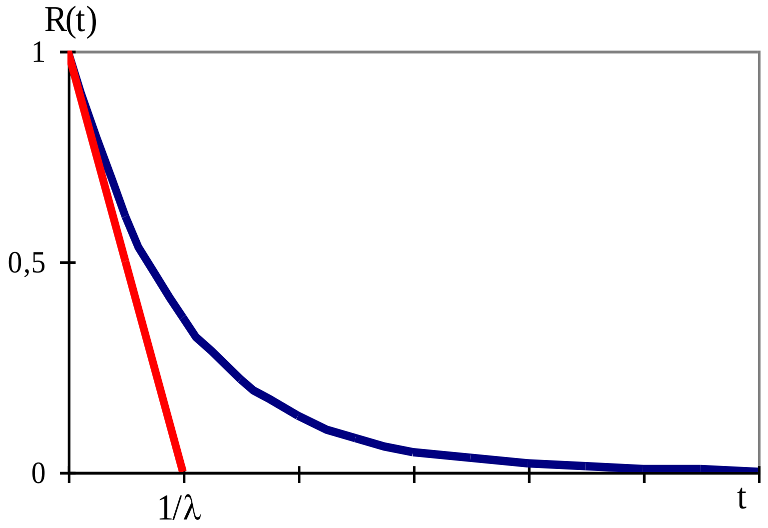
# A rendelkezésre állás (készenlét) jellemzői

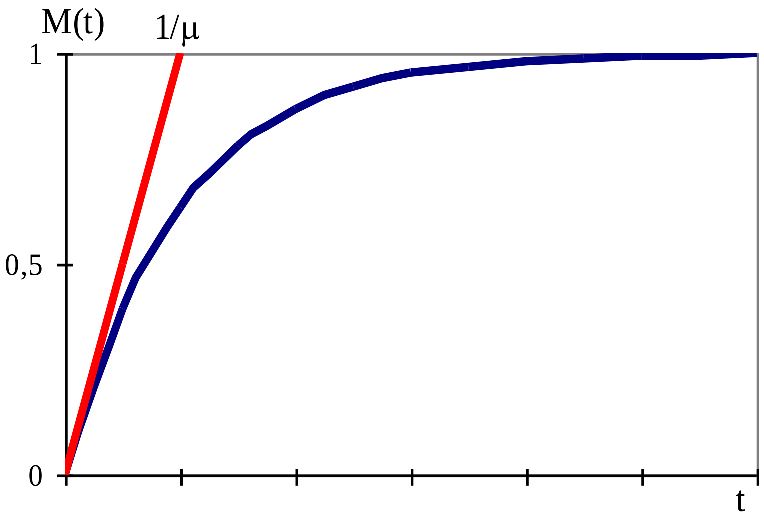
Átlagos meghibásodási időköz
Mean Time Between Failures

$$MTBF = \int_0^\infty R(t)dt = \frac{1}{\lambda}$$

Átlagos javítási időtartam
Mean Time To Repair

$$MTTR = \int_0^\infty [1 - M(t)]dt = \frac{1}{\mu}$$

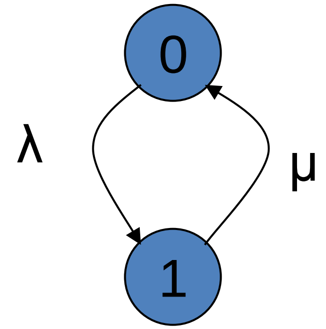


## Állapotvalószínűségek számítása
Javítható, nem redundáns rendszer

### 1. A differenciálegyenletek felírása

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - \lambda\Delta t \cdot P_0(t) + \mu\Delta t \cdot P_1(t)$$
$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t) + \lambda\Delta t \cdot P_0(t) - \mu\Delta t \cdot P_1(t)$$




$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$
$$\frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = \frac{dP_1(t)}{dt} = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)$$

## Állapotvalószínűségek számítása
Javítható, nem redundáns rendszer

### 2. A Laplace-transzformált alak felírása

$$P_0'(t) = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$
$$\underline{P_1'(t) = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)}$$

$$sP_0(s) - 1 = -\lambda \cdot P_0(s) + \mu \cdot P_1(s)$$
$$\underline{sP_1(s) - 0 = +\lambda \cdot P_0(s) - \mu \cdot P_1(s)}$$

Kezdeti feltételek:

$P_0(0) = 1$; $P_1(0) = 0$

$$P_0(s) = \frac{1 + \mu \cdot P_1(s)}{s + \lambda}$$
$$P_1(s) = \frac{\lambda}{s + \mu + \lambda} \cdot \frac{1}{s}$$

Az első egyenletből kifejezzük $P_0(s)$-t, és a másodikba behelyettesítjük.

## 3. Az inverz Laplace-transzformáció végrehajtása

$$P_1(s) = \frac{\lambda}{s+\mu+\lambda} \cdot \frac{1}{s}$$

A megoldást a következő alakban keressük:

$$P_1(s) = \lambda \frac{1}{s(s+a)}$$

Az időfüggvény:

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{a}\left(1 - e^{-at}\right) = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right) = U(t)$$

Ebből a működőképes állapot valószínűsége:

$$P_0(t) = 1 - P_1(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

# Stacioner eset - tartós készenlét

$$P_0^{'}(t) = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t)$$

$$\underline{P_1^{'}(t) = +\lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t)}$$

$$0 = -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1$$

$$\underline{0 = +\lambda \cdot P_0 - \mu \cdot P_1}$$

$$P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = A_{ss}$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda} = U_{ss}$$

**Az általános esetből:**

$$P_0 = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t}\right] = \frac{\mu}{\mu+\lambda}$$

$$P_1 = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right)\right] = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}$$

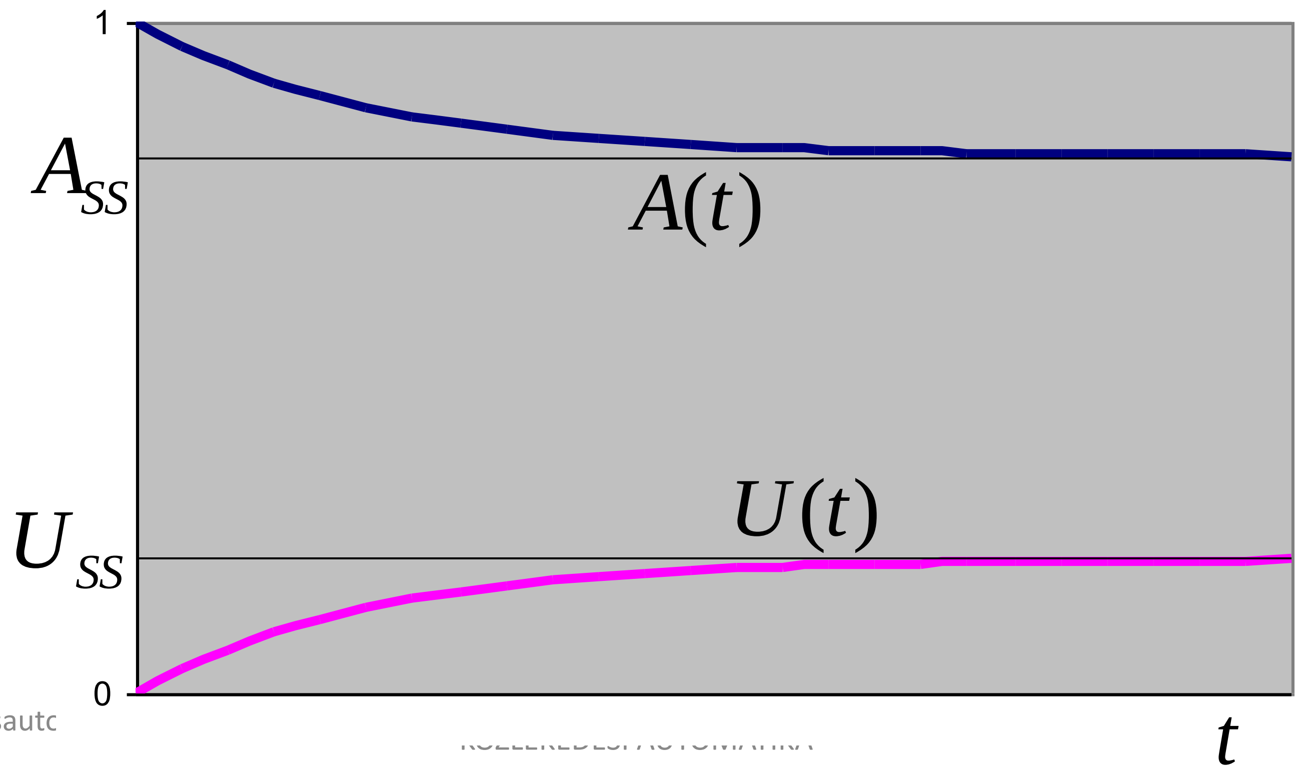
## Készenlét és nem-készenlét

Készenlét
Availability

$$A(t)$$

Nem-készenlét
Unavailability

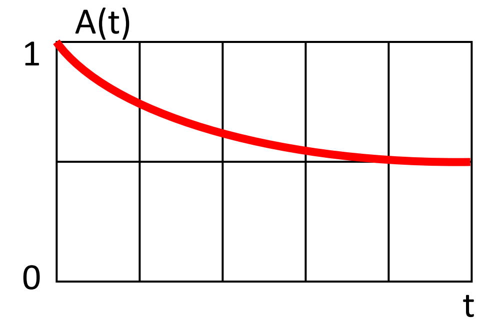
$$U(t) = 1 - A(t)$$



## A rendelkezésre állás (készenlét) fajtái

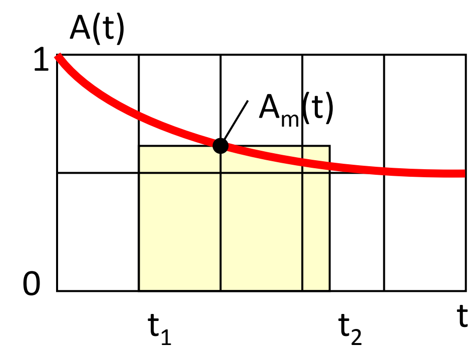
**Pillanatnyi készenlét**:
annak valószínűsége, hogy a rendszer az adott időpontban működőképes:

$$A(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t}$$



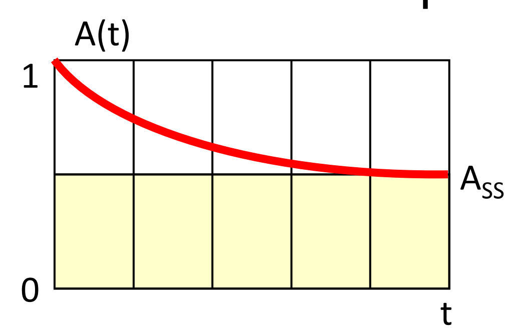

**Adott feladatra készenlét**:
annak valószínűsége, hogy a rendszer a $t_1 \leq t \leq t_2$ időintervallumban működőképes:

$$A_m(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} A(t)\,dt$$



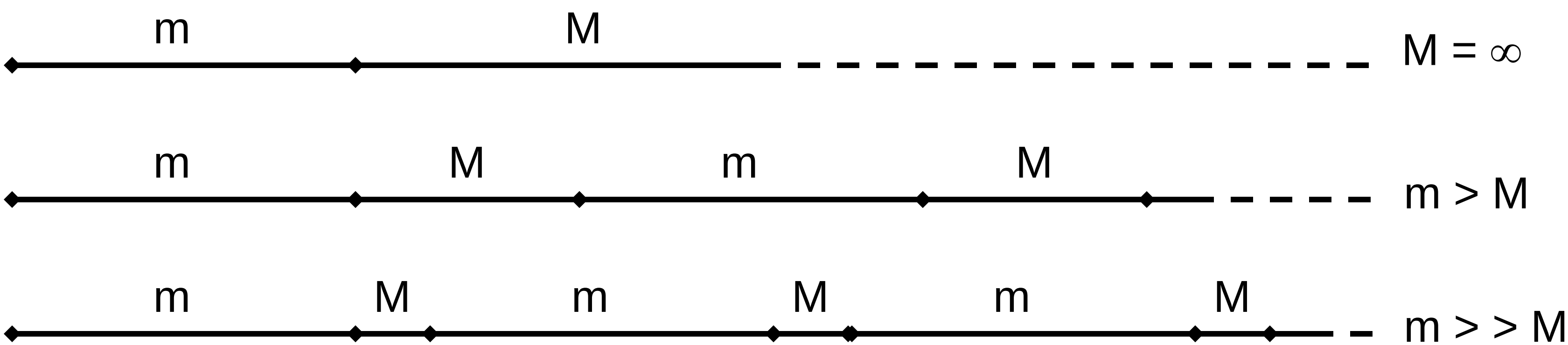

**Tartós** (Steady State) **készenlét**:
azt fejezi ki, hogy egy rendszer hosszabb idő elteltével az időalap hány százalékában működőképes:

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu+\lambda} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$



# A javítás hatása a tartós rendelkezésre állásra

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = \frac{m}{m + M}$$




| Eset | m (h) | M (h) | $A_{ss}$ % |
|---|---|---|---|
| 1 | 1000 | ∞ | 0 |
| 2 | 1000 | 100 | 90,9 |
| 3 | 1000 | 10 | 99,0 |
| 4 | 1000 | 1 | 99,9 |
| 5 | 100 | 1 | 99,0 |

# Új állapotban hibás, javítható rendszer

Legyen

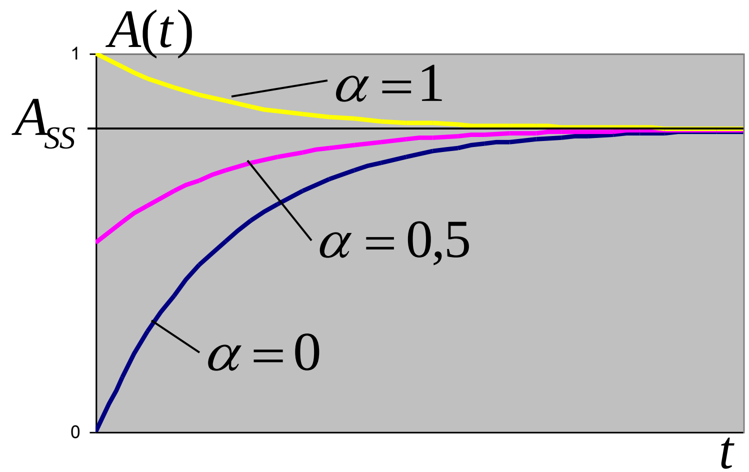
$$P_0(0)=\alpha; \qquad P_1(0)=1-\alpha$$

Ezzel a differenciálegyenletek transzformált alakja:

$$sP_0(s)-\alpha \quad =-\lambda\cdot P_0(s)+\mu\cdot P_1(s)$$

$$\underline{sP_1(s)-1+\alpha=+\lambda\cdot P_0(s)-\mu\cdot P_1(s)}$$

$$P_1(s)=\frac{s(1-\alpha)+\lambda}{s+\mu+\lambda}\cdot\frac{1}{s}$$




Az időfüggvények:

$$P_0(t)=\frac{\mu}{\mu+\lambda}+\left(\alpha-\frac{\mu}{\mu+\lambda}\right)e^{-(\mu+\lambda)t}=A(t)$$

$$P_1(t)=\frac{\lambda}{\mu+\lambda}+\left(1-\alpha-\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)e^{-(\mu+\lambda)t}=U(t)$$

# A tartós készenlét alkalmazhatósága a pillanatnyi érték helyett

A pillanatnyi érték és a tartós érték relatív különbsége:

$$\Delta = \frac{A(t) - A_{ss}}{1 - A_{ss}} = \frac{\left[\frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t}\right] - \frac{\mu}{\mu+\lambda}}{\frac{\lambda}{\mu+\lambda}} = e^{-(\mu+\lambda)t}$$

Legyen $\Delta$ < 1% !

$$e^{-(\mu+\lambda)t} < 0{,}01 \;\Rightarrow\; (\mu+\lambda)t > -\ln 0{,}01 \;\Rightarrow\; t > \frac{4{,}6}{\mu+\lambda}$$

A gyakorlatban $\lambda$<<$\mu$, így

$$t_{0,01} > \frac{4{,}6}{\mu} = 4{,}6MTTR$$

Az előbbihez hasonlóan:

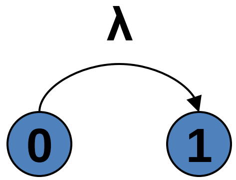
$$t_{0,001} > \frac{6{,}9}{\mu} = 6{,}9MTTR$$

# Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

## Egy elemes rendszer

**Javítás nélkül**

a



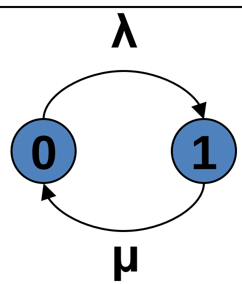

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

$$P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

**Javítással**

d




$$P_0(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

$$MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

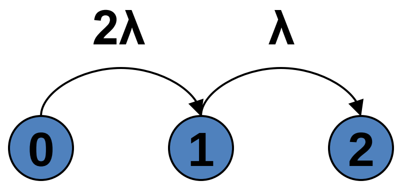
$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right) = U(t)$$

## Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

### Aktív redundancia

**Javítás nélkül**

b



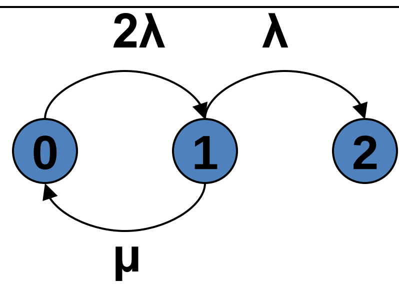

$$R(t) = P_0(t) + P_1(t)$$

$$P_0(t) = e^{-2\lambda t} \qquad P_1(t) = 2\left(e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right)$$

$$T = \frac{3}{2\lambda} \qquad P_2(t) = 1 - \left(2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right) = F(t)$$

**Részleges javítással**

e




$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{2\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha \ \mu >> \lambda$$

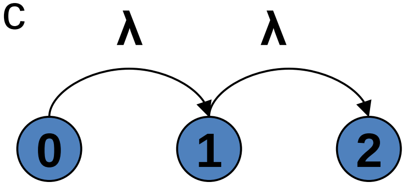
$$T = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}$$

# Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

## Passzív redundancia

**Javítás nélkül**

c

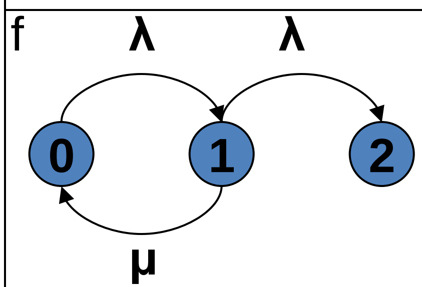



$$T = \frac{2}{\lambda}$$

$$R(t) = (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$$

**Részleges javítással**

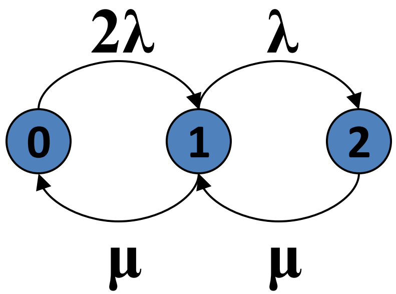
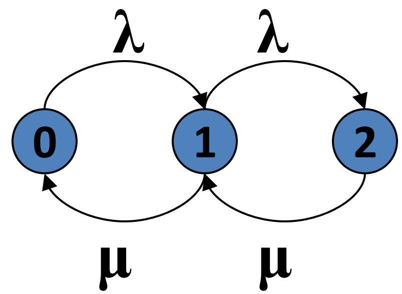
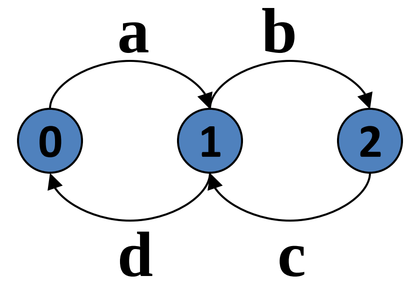
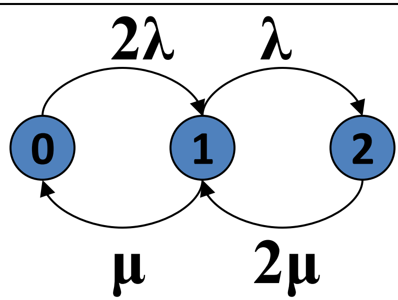
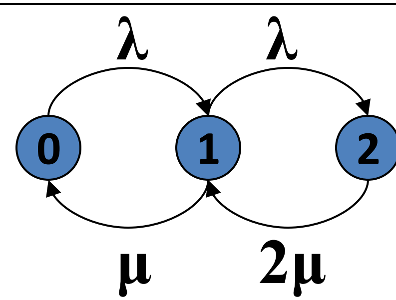
f




$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha\ \mu >> \lambda$$

$$T = \frac{2\lambda + \mu}{\lambda^2}$$

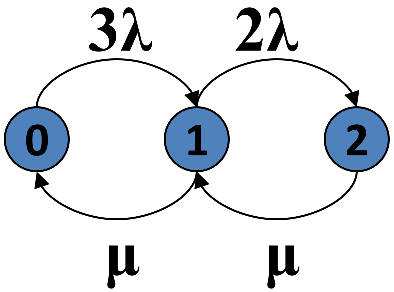
# Redundáns rendszerek tartós készenléte

| | Aktív redundancia | Passzív redundancia | Általános |
|---|---|---|---|
| **Függő javítás** |   $A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$ |   $A_{ss} = \frac{\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2}$ |   $P_0 = \frac{cd}{ab+ac+cd}$ $P_1 = \frac{ac}{ab+ac+cd}$ $P_2 = \frac{ab}{ab+ac+cd}$ $A_{ss} = \frac{ac+cd}{ab+ac+cd}$ |
| **Független javítás** |   $A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$ |   $A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + 2\mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + 2\mu^2}$ | |

# 3-ból 2 rendszerek tartós készenléte

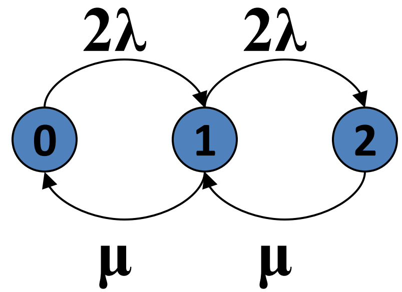
## Függő javítás

### Aktív redundancia




$$A_{ss}=\frac{3\lambda\mu+\mu^2}{6\lambda^2+3\lambda\mu+\mu^2}$$

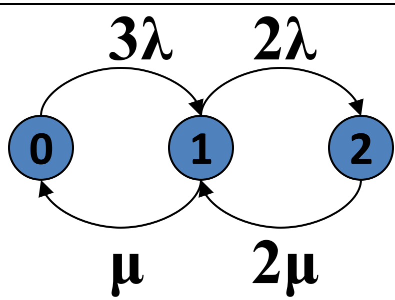
### Passzív redundancia




$$A_{ss}=\frac{2\lambda\mu+\mu^2}{4\lambda^2+2\lambda\mu+\mu^2}$$

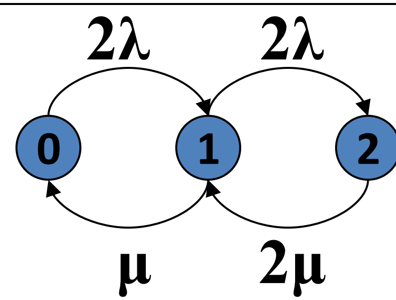
## Független javítás

### Aktív redundancia



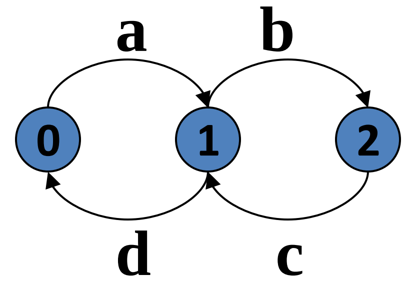

$$A_{ss}=\frac{3\lambda\mu+\mu^2}{3\lambda^2+3\lambda\mu+\mu^2}$$

### Passzív redundancia




$$A_{ss}=\frac{2\lambda\mu+\mu^2}{2\lambda^2+2\lambda\mu+\mu^2}$$

## Általános




$$P_0=\frac{cd}{ab+ac+cd}$$

$$P_1=\frac{ac}{ab+ac+cd}$$

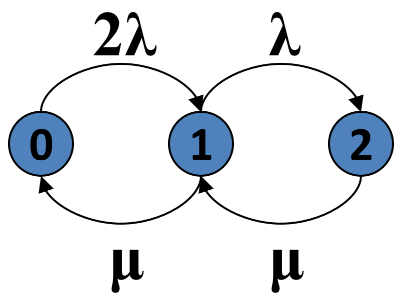
$$P_2=\frac{ab}{ab+ac+cd}$$

$$A_{ss}=\frac{ac+cd}{ab+ac+cd}$$

# A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

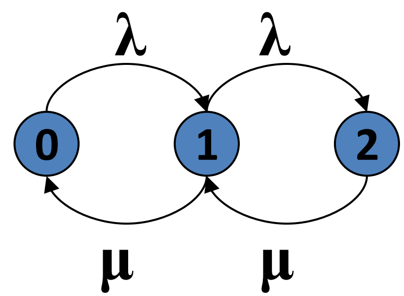
## Függő javítás

### Aktív redundancia




$A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998

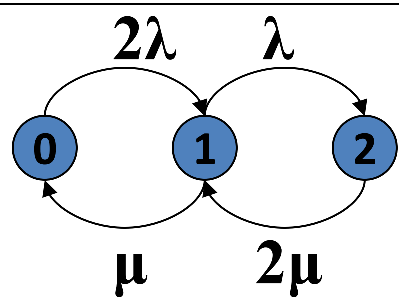
### Passzív redundancia




$A_{ss} =$ 0,66; 0,990; 0,9999

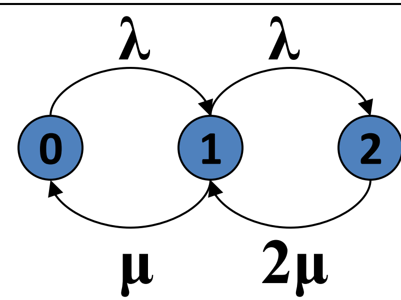
## Független javítás

### Aktív redundancia



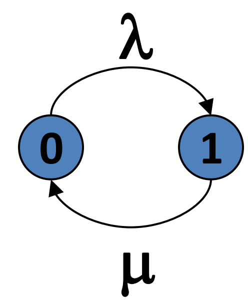

$A_{ss} =$ 0,75; 0,991; 0,9999

### Passzív redundancia




$A_{ss} =$ 0,8; 0,995; 0,99995

## Nem redundáns

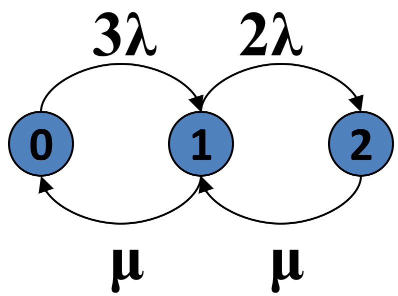


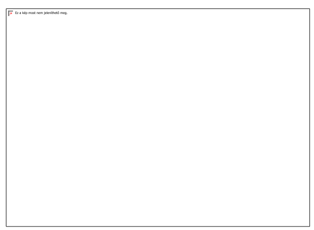

$A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99

$\lambda/\mu = 1; \quad 0{,}1; \quad 0{,}01$

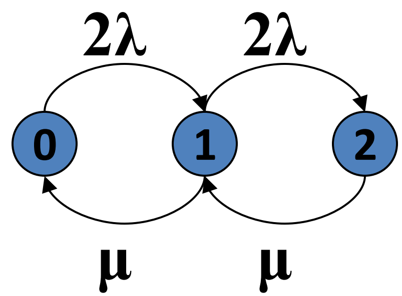
# A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

**Aktív redundancia** – **Függő javítás**



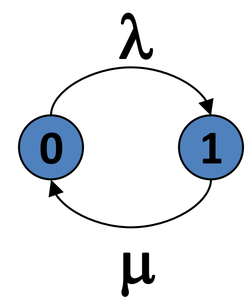



**Passzív redundancia** – **Függő javítás**



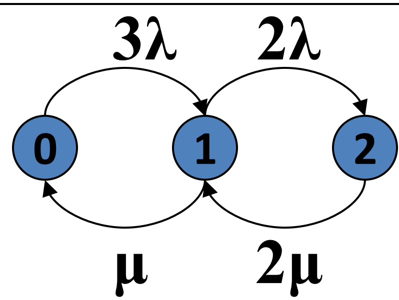

$A_{ss} =$ 0,429; 0,9677; 0,9996

**Nem redundáns**



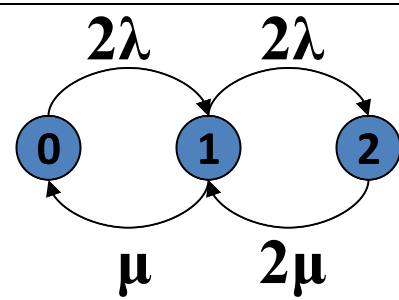

$A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99

**Aktív redundancia** – **Független javítás**




$A_{ss} =$ 0,57; 0,977; 0,9997

**Passzív redundancia** – **Független javítás**




$A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998

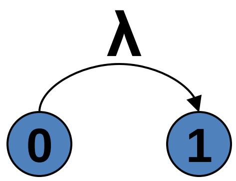
$\lambda/\mu = 1;\quad 0{,}1;\quad 0{,}01$

# Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

## Javítás nélkül

### Egy elemes rendszer

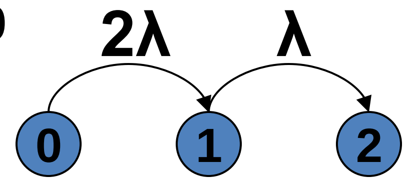
a




$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

### Aktív redundancia

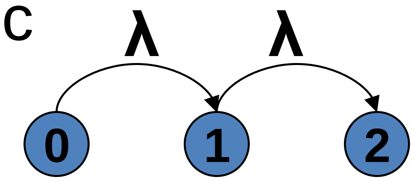
b




$$\begin{bmatrix} -2\lambda & 0 & 0 \\ +2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

### Passzív redundancia

c

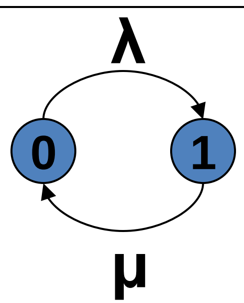



$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ +\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

## Részleges javítással

### Egy elemes rendszer

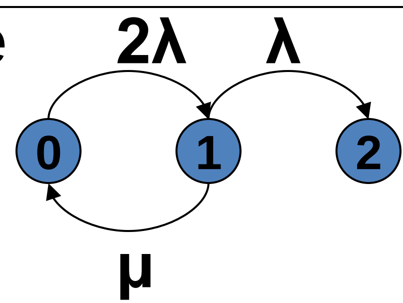
d




$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu \\ +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

### Aktív redundancia

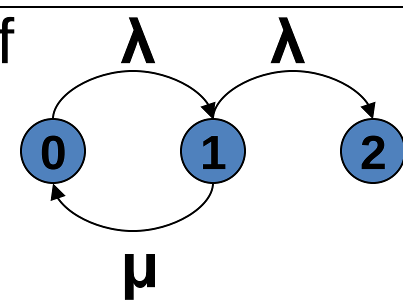
e




$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

### Passzív redundancia

f

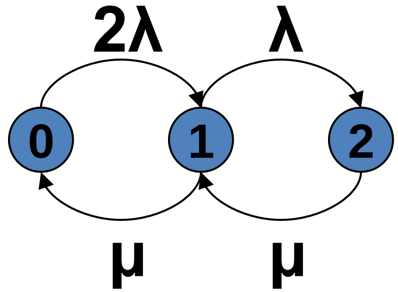



$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

# Függő és független javítás

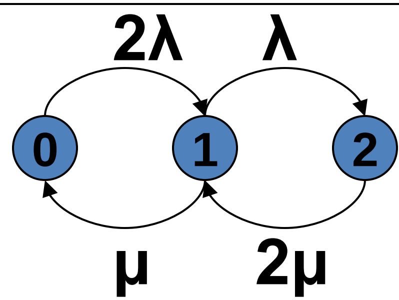
## Aktív redundancia

**Függő javítás**




$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

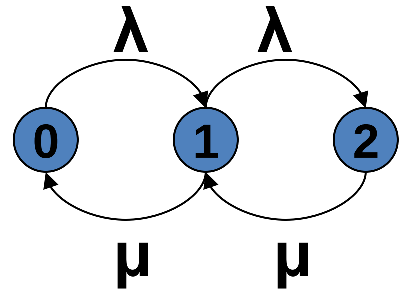
**Független javítás**




$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

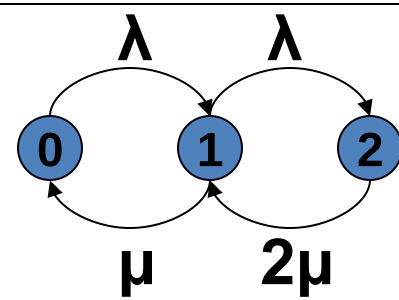
## Passzív redundancia

**Függő javítás**



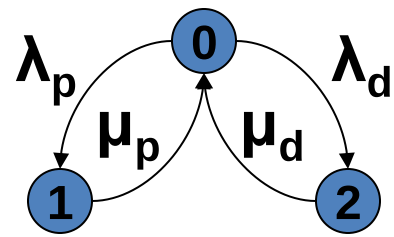

$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

**Független javítás**




$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

## Fail-Safe rendszer




0 - működőképes

1 - akadályozó (passive)

2 - veszélyeztető (dangerous)

$$\begin{bmatrix} -\lambda_p-\lambda_d & +\mu_p & +\mu_d \\ +\lambda_p & -\mu_p & 0 \\ +\lambda_d & 0 & -\mu_d \end{bmatrix}$$