

# ÉRZÉKELŐK ÉS BEAVATKOZÓK II.

## 2. DC MOTOROK

### BEVEZETÉS ÉS STATIKUS MODELLEZÉS



**Dr. Soumelidis Alexandros**

**2020.02.19.**



BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR  
32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG

# Elektromos motorok

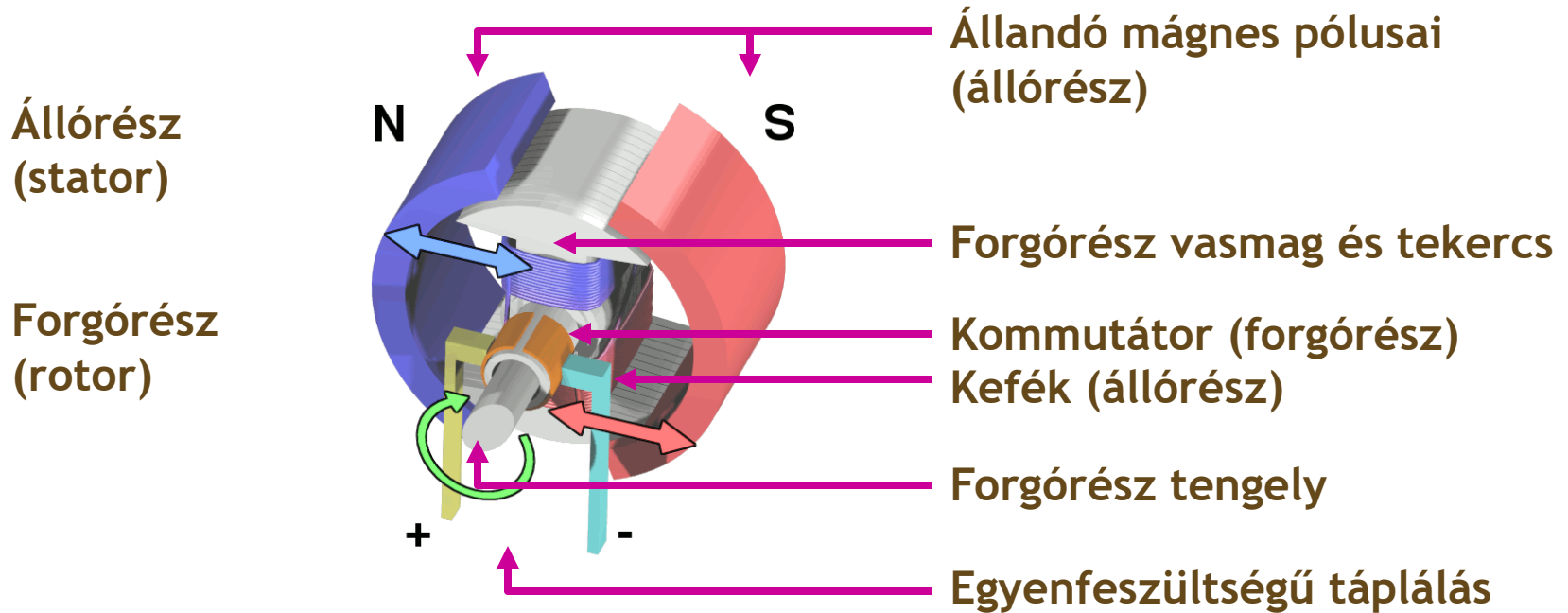
Főbb típusok:

- Egyenáramú motor - DC motor.
- Kefenélküli egyenáramú motor - BLDC motor.
- Indukciós motor - AC motor - aszinkron motor.
- Szinkron motor - Állandó mágneses szinkron motor - PMS motor
- Léptető motorok
- Reluktancia motor - Kapcsolt reluktancia motor.



# A DC-motor

DC-motor: egyenfeszültségről működtetett állandó mágneses, kommutátoros motor

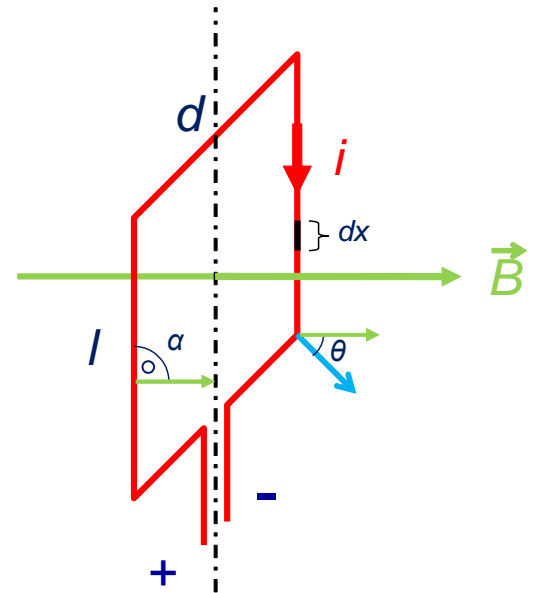


# A DC-motor

Lorentz erő  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

$\mathbf{E}$  elektromos térben  $\mathbf{B}$  indukciójú mágneses térben  $v$  sebességgel mozgó töltésre ható erő  
–  $\mathbf{E}$  a DC motor szempontjából  $\mathbf{0}$ .

$$d\mathbf{F} = dq \frac{d\mathbf{x}}{dt} \times \mathbf{B} = \frac{dq}{dt} d\mathbf{x} \times \mathbf{B} = i d\mathbf{x} \times \mathbf{B}$$



Kiintegrálva a teljes  $l$  hosszra — egy  $l$  hosszúságú, a mágneses térhez képest  $\alpha$  szögben álló egyenes vezetékdarabra ható Lorentz erő nagysága

$$|\mathbf{F}| = il|\mathbf{B}| \sin \alpha$$

A következőkben meghatározzuk meg egy téglalap alakú  $l \cdot d$  felületű tekercs-elemre (menetre) ható nyomatékot.



# A DC-motor

Tekintsük a forgórész tekercs egy téglalap alakú,  $l$  hosszúságú,  $d$  szélességű menetét, amely a  $B$  indukciójú mágneses térre merőlegesen helyezkedik el:

A mágneses térre merőleges  $l$  hosszúságú szakaszokra ható erő:

$$|\mathbf{F}| = il|\mathbf{B}|$$

A tekercs-elem hosszában két egymással ellentétes áramú vezeték fut egymástól  $d$  távolságban, ez nyomatékot képez.

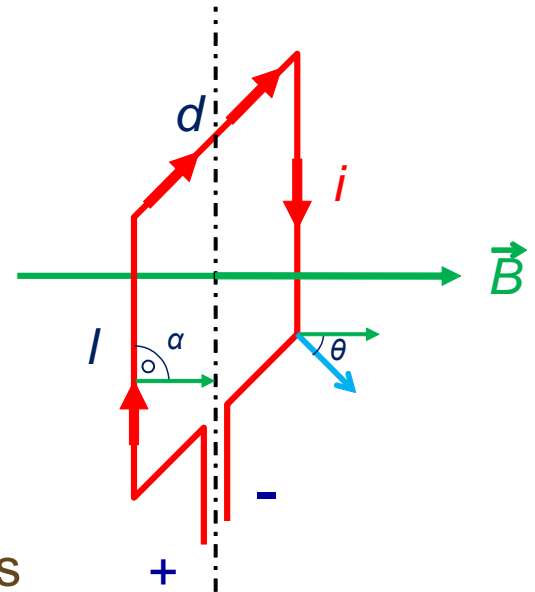
A radiális irányú  $d/2$  hosszúságú vezeték-szakaszokon azonos irányú áram folyik, így azonos irányú erő-párok keletkeznek, amelyek eredője 0, nem képeznek nyomatékot.

Ha a tekercs-elem síkja  $\theta$  szögben áll a képződő erő irányához képest:

$$T = 2|\mathbf{F}| \frac{d}{2} \sin \theta = |\mathbf{F}|d \sin \theta$$

Tehát a tekercs-elemre ható nyomaték:

$$T = |\mathbf{B}|ild \sin \theta$$

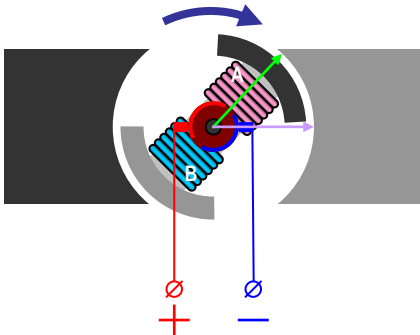


# A DC-motor

$$T = |\mathbf{B}|ild \sin \theta$$

Ha az állórész állandó mágnesének tere és a forgórész tekercs meneteinek síkja között  $|\theta| > 0$  szög áll fenn,

nyomaték keletkezik, és a forgórész forgásba jön.



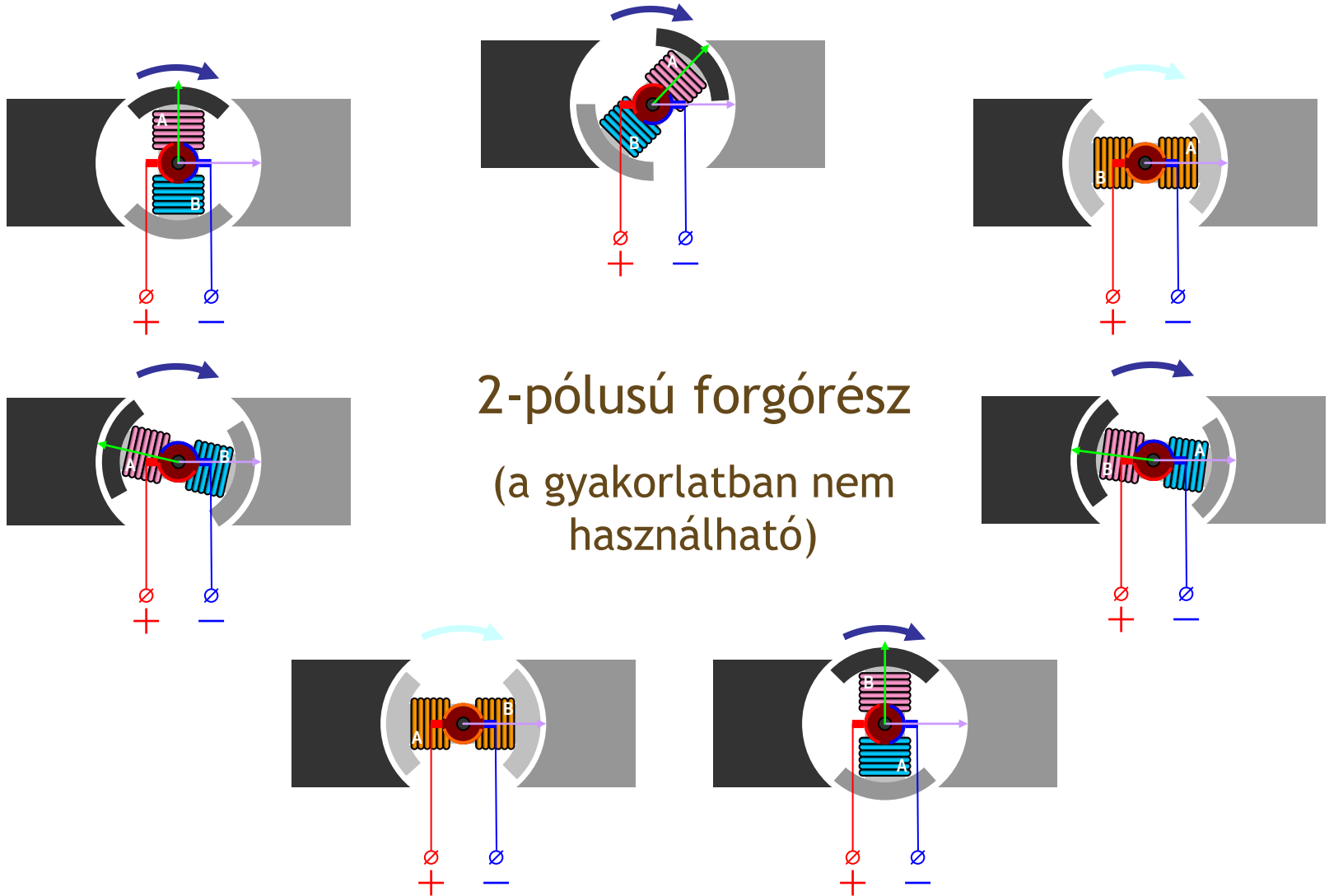
A  $\theta = 0$  pozícióban  $T = 0$ .

A  $\theta = 0$  pozícióban **kommutáció** következik be:

- a forgórészben folyó áram iránya ellentétesre fordul,
- a forgórész mágneses tere ezzel ellentétesre fordul,
- $|\theta| > 0$ , esetén újra nyomaték keletkezik, és a forgórész tovább forog.



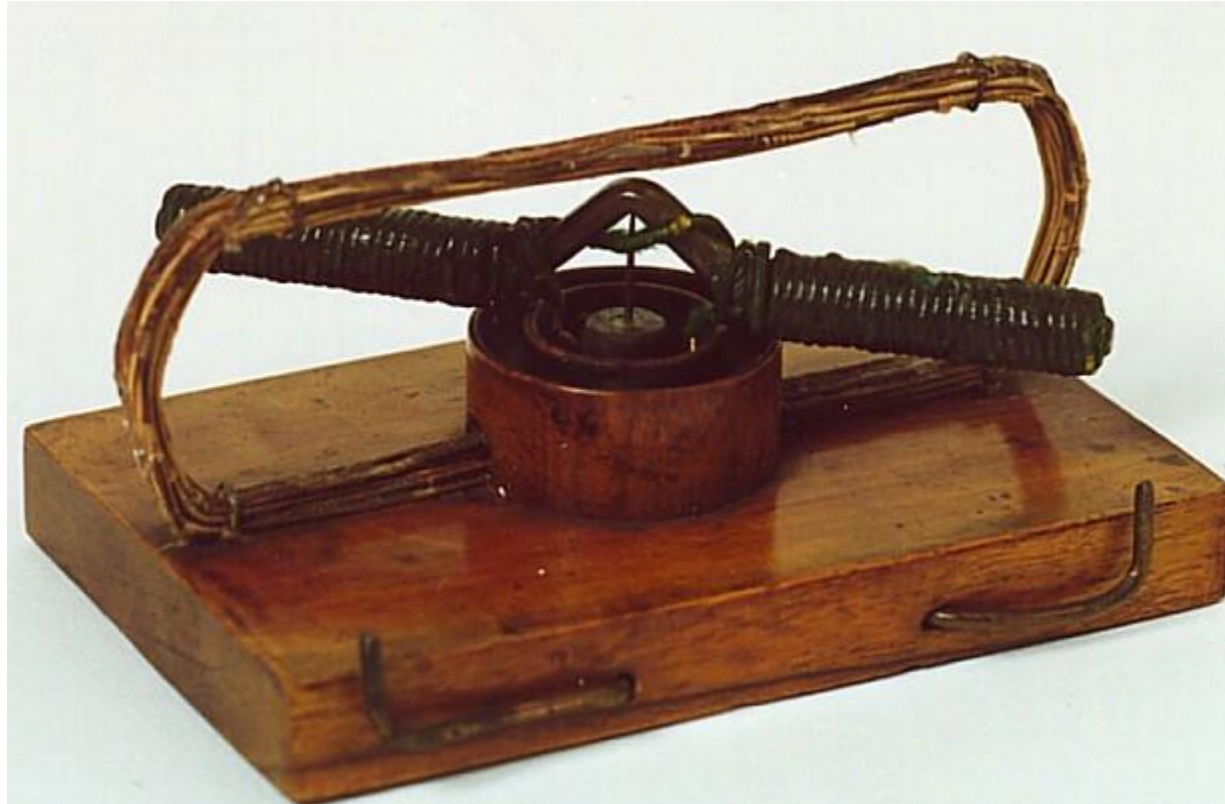
# A DC-motor



# A DC-motor

---

Történelem:



Jedlik Ányos motorja 2-pólusú





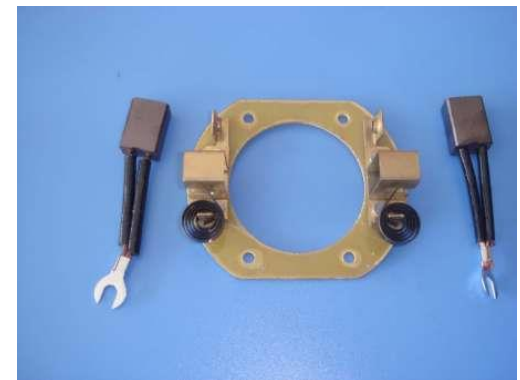
# A DC-motor

Legfőbb megkülönböztető jegy a kommutáció módja:

- Mechanikusan kommutált motorok
- Kommutátor + kefék

Alternatív elnevezés:

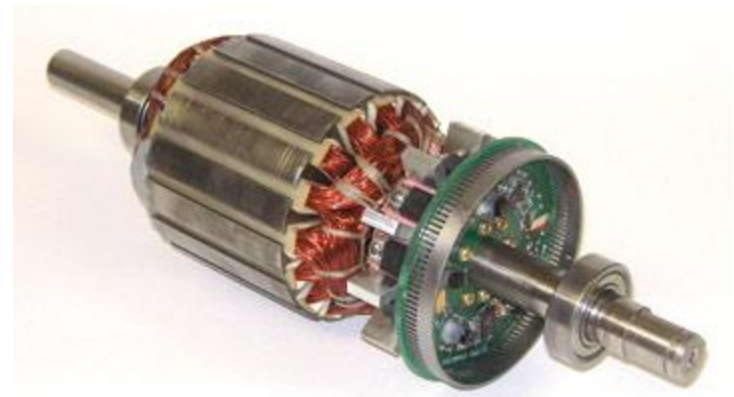
- Kefés DC-motor (brushed DC)



# A DC-motor

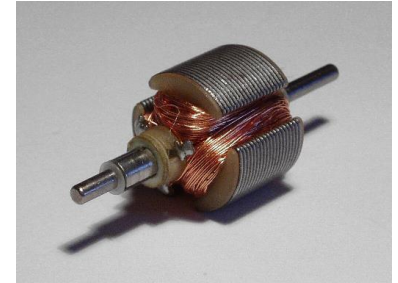
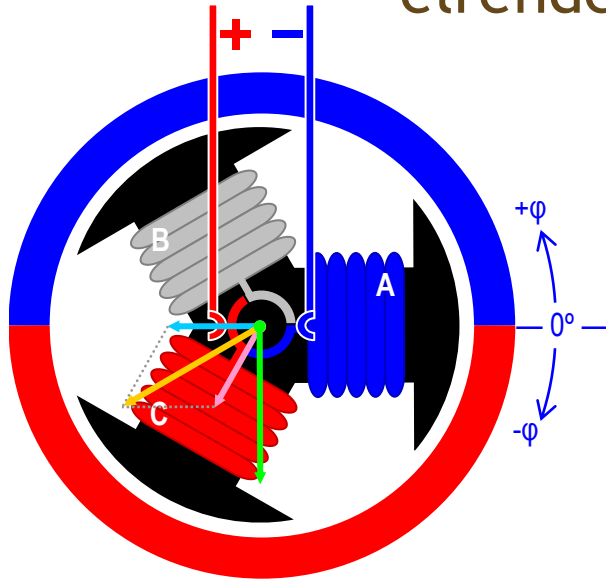
A gyakorlatban használható elrendezés:

- 3-5-... (páratlan) pólusú forgórész
- Vasmag nélküli (coreless) forgórész



# A DC-motor

A 3-pólusú forgórészrel rendelkező elrendezés praktikusabb:



A forgórész (rotor) szöghelyzete  $\varphi$ , legyen ez az A-val jelölt tekercs szögeltérése a kefék által meghatározott - a motor testéhez rögzített - szöghelyzethez képest.

Feltételezés: az egyik kommutációs pont 0 rotor-állásnál található, ezt tekintjük az 1. fázis kezdőpontjának.

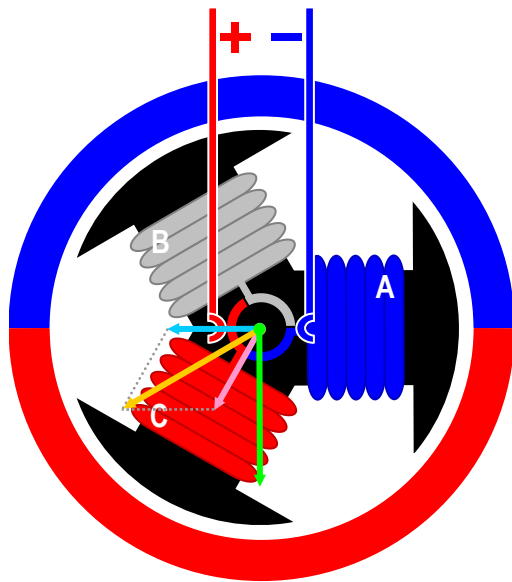
A forgórész egy teljes  $360^\circ$ -os körbefordulása 6 fázis alatt zajlik le.



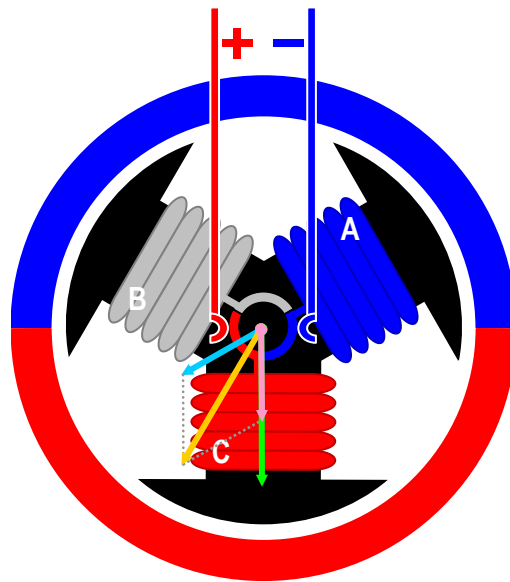
# A DC-motor

1. fázis

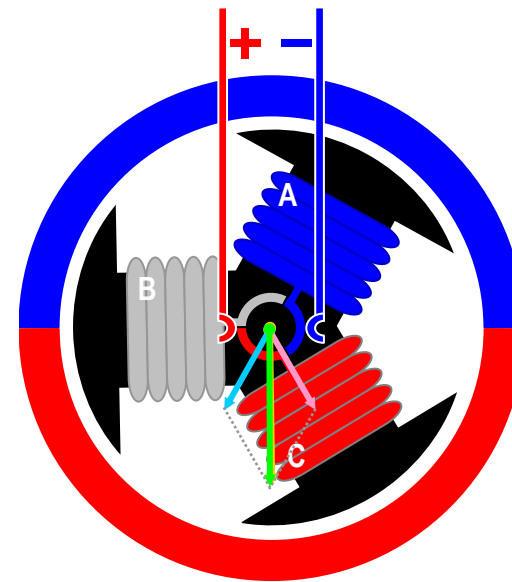
$$0^\circ \leq \varphi < 60^\circ$$



közvetlenül kommutáció után

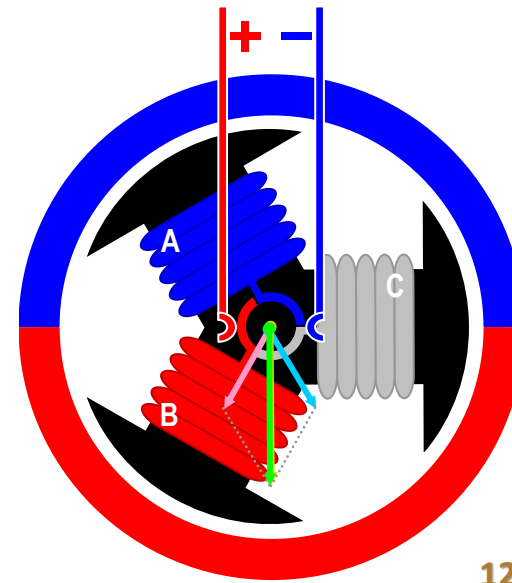
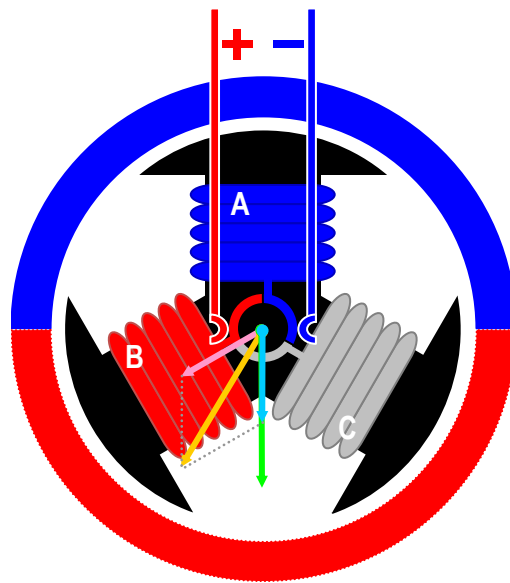
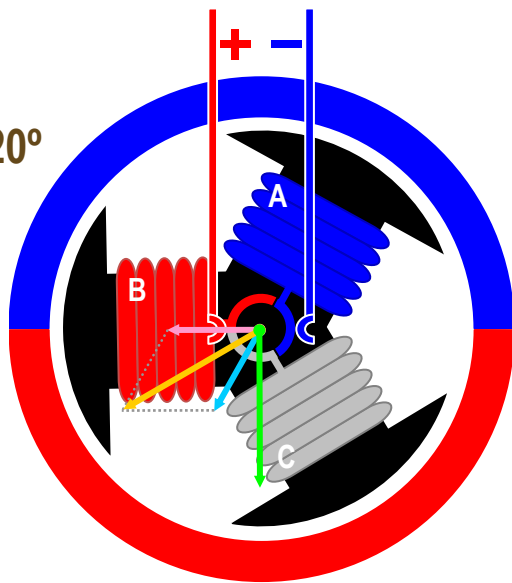


következő kommutáció előtt



$$60^\circ \leq \varphi < 120^\circ$$

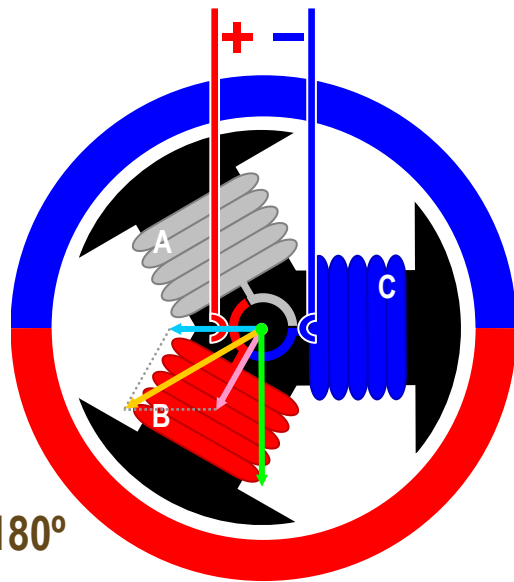
2. fázis



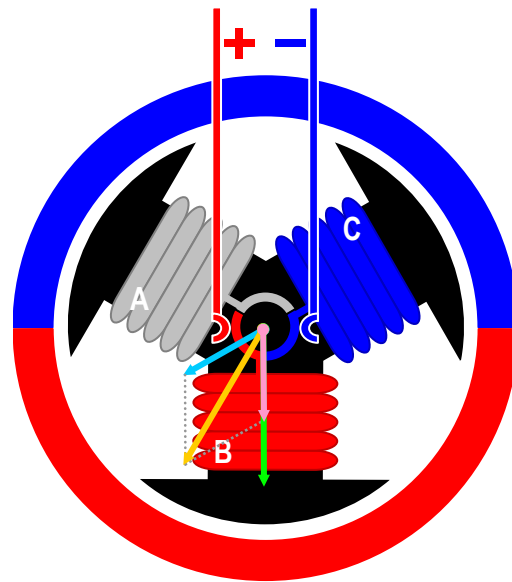
# A DC-motor

3. fázis

$120^\circ \leq \varphi < 180^\circ$



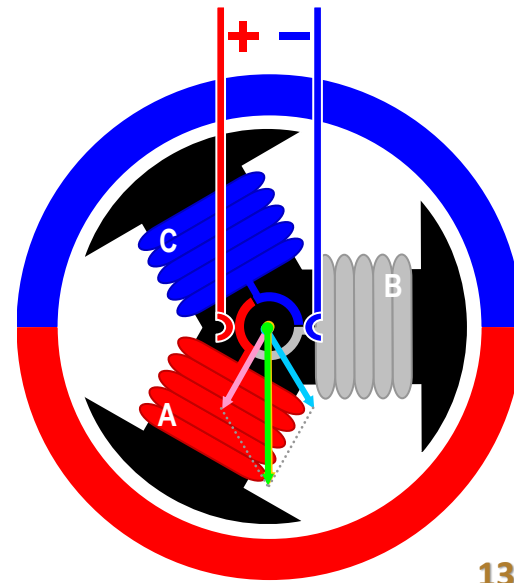
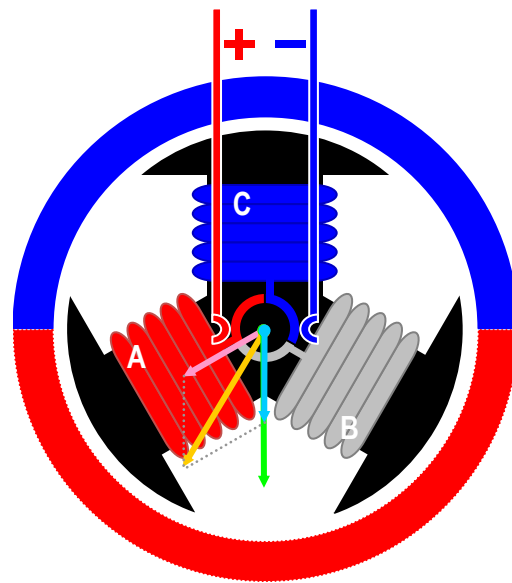
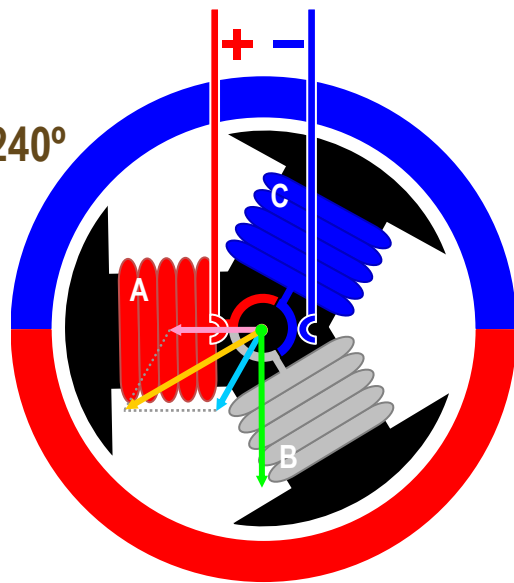
közvetlenül kommutáció után



következő kommutáció előtt

4. fázis

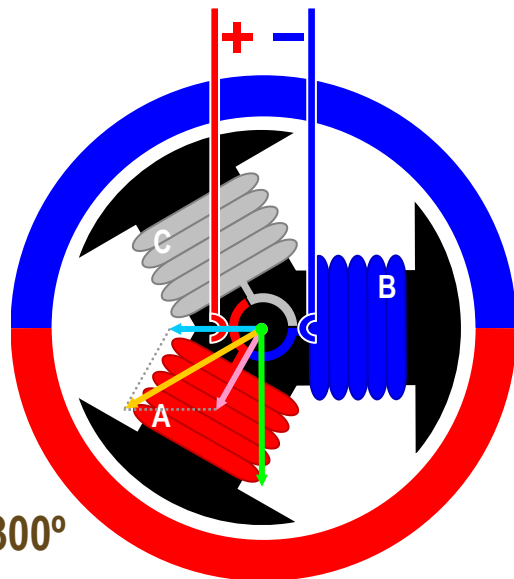
180° ≤ φ < 240°



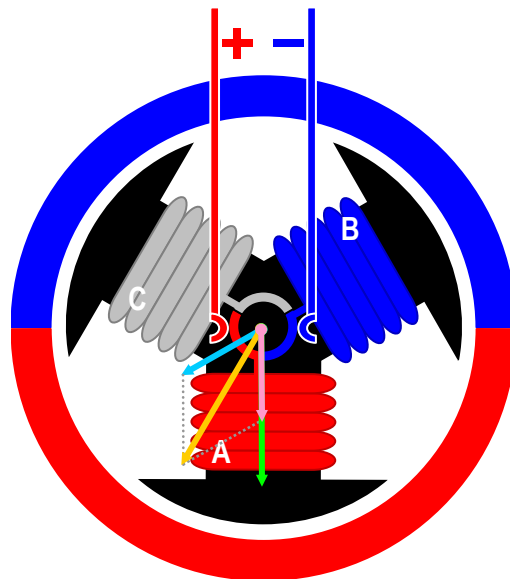
# A DC-motor

5. fázis

$240^\circ \leq \varphi < 300^\circ$



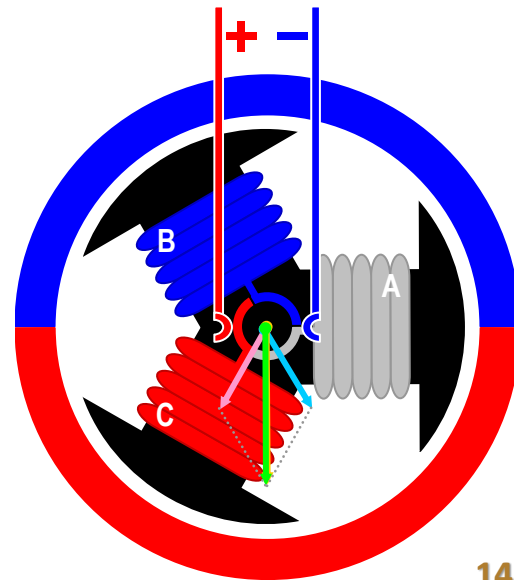
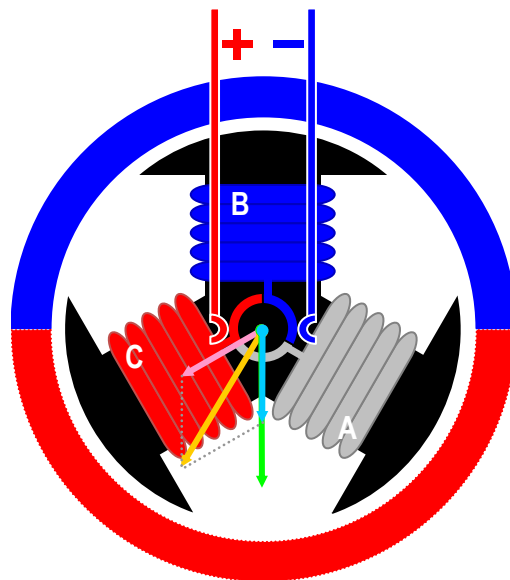
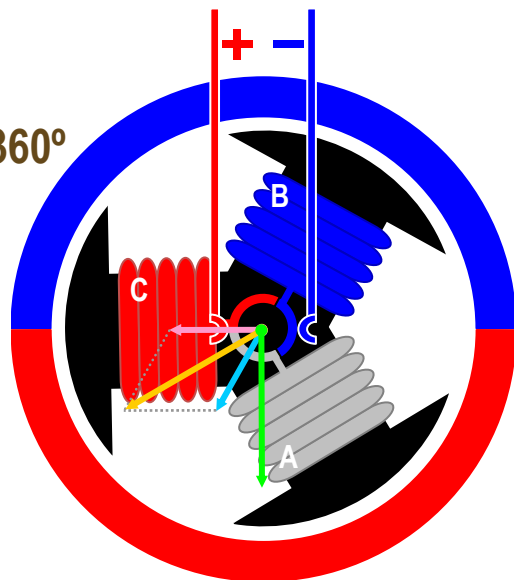
közvetlenül kommutáció után



következő kommutáció előtt

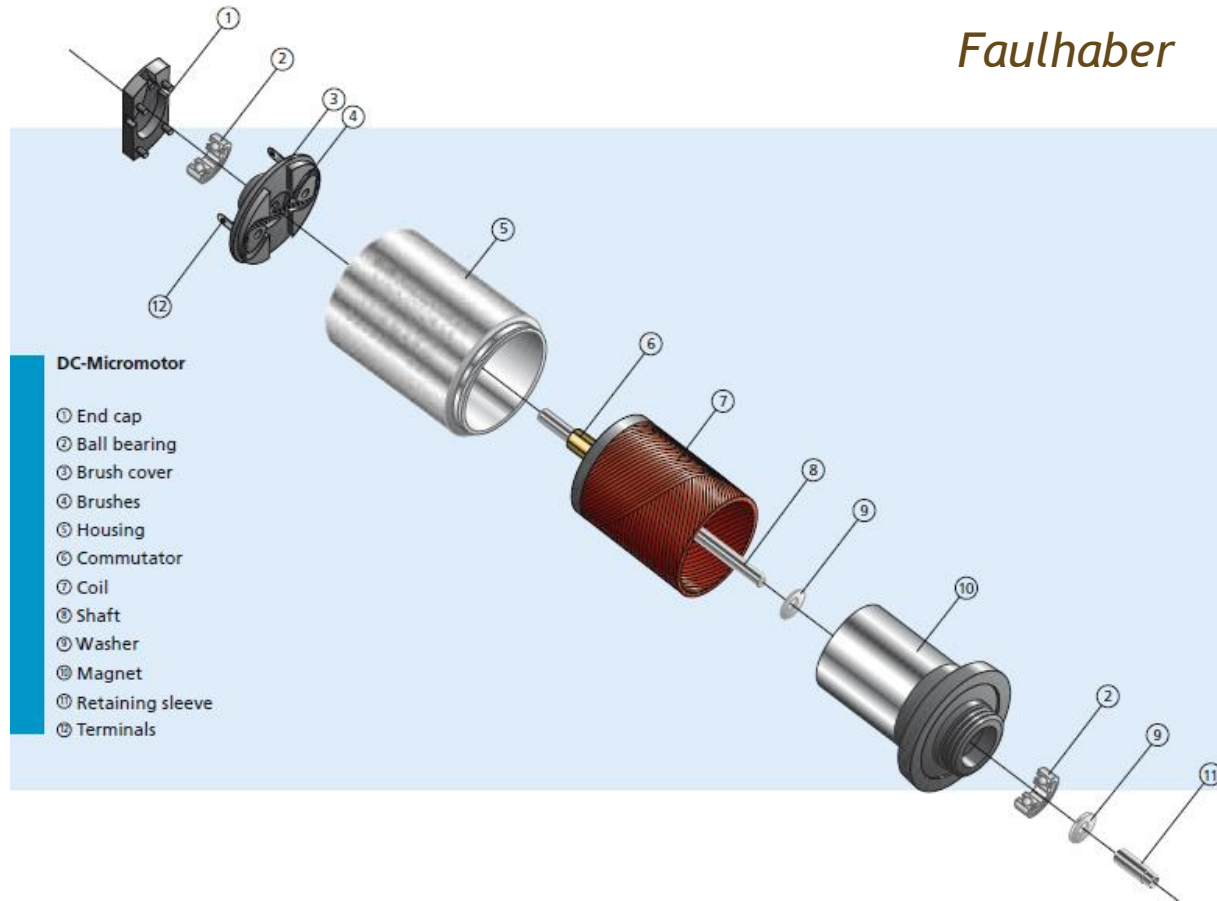
6. fázis

6. fázis



# A DC-motor

Faulhaber

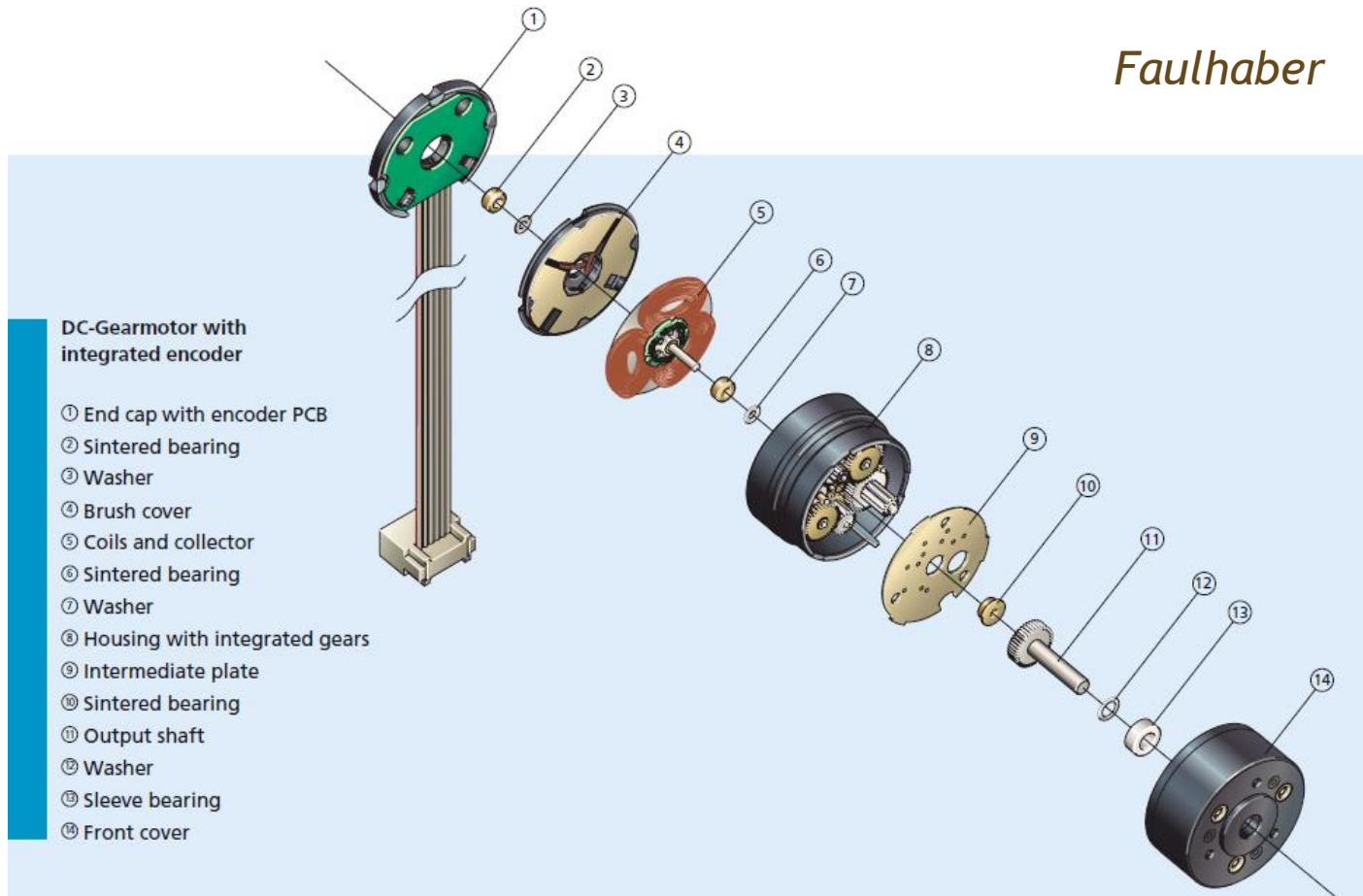


Vasmag nélküli (coreless) motor



# A DC-motor

Faulhaber



Lapos (flat) coreless motor integrált hajtóművel

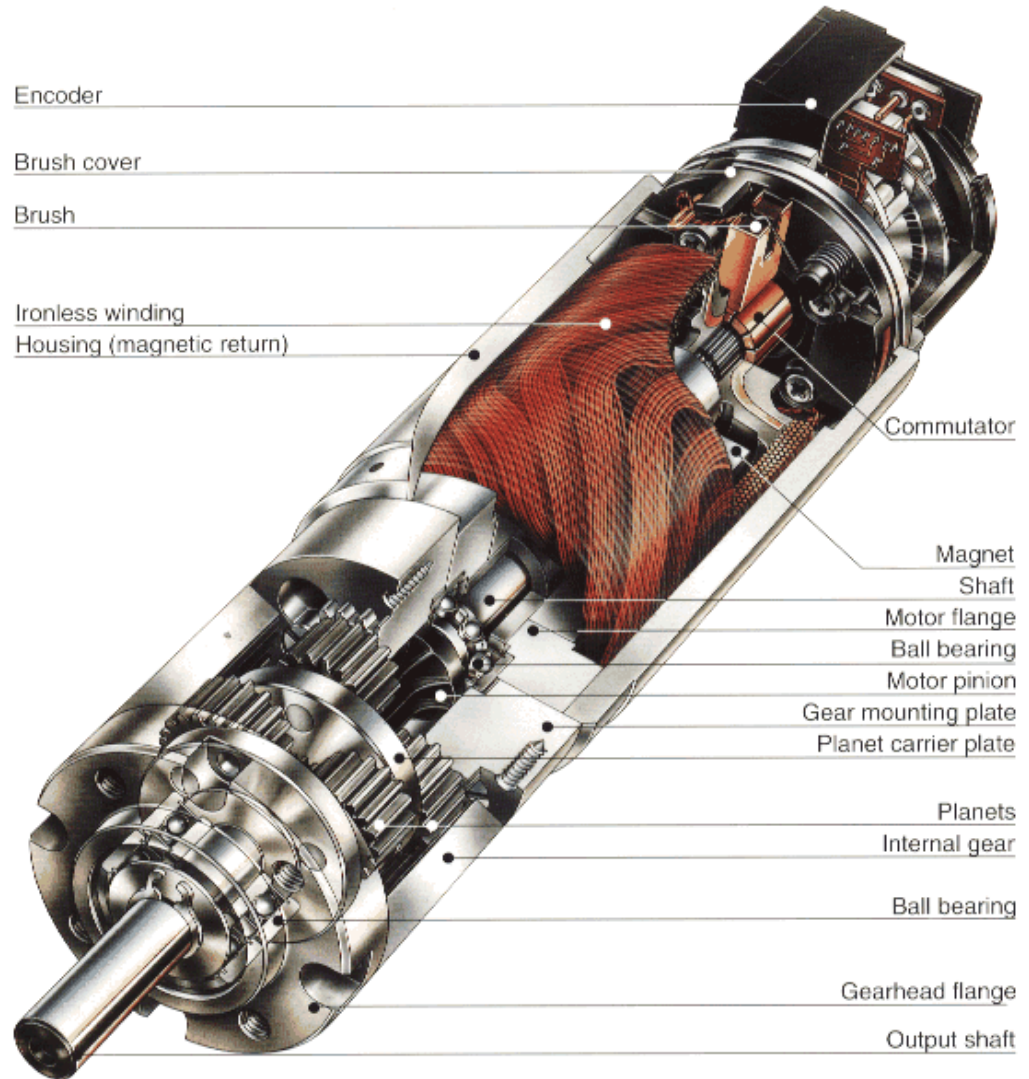




# A DC-motor

*Maxon*

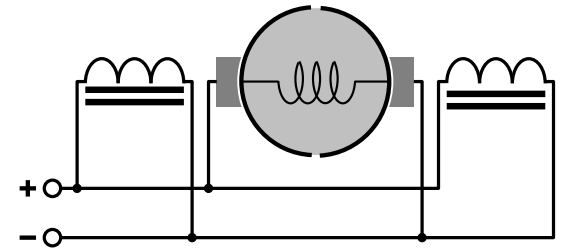
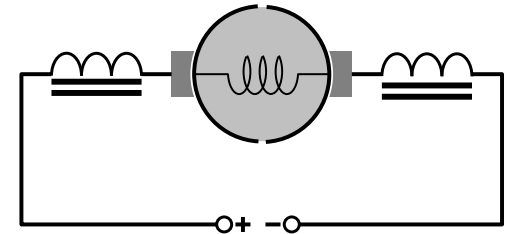
Vasmag nélküli  
forgórészes DC motor  
integrált bolygóműves  
hajtóművel és  
inkrementális optikai  
jeladóval (encoder)



# A DC-motor

## Megjegyzések:

- Egyenfeszültségről más motorokat is táplálnak - ma szinte minden motortípust - pl. az „AC” motort is.
- Nem csak állandó mágnesű DC motorok léteznek: az állórész is tartalmazhat elektromágneest - soros és parallel(sönt) táplálású motorok.
- Vannak ugyanilyen szerkezetű váltakozó feszültségről táplált motorok (univerzális motorok) - pl. hálózati táplálású kézi fúrógép motorja



# A DC motor irányítása

---

## Irányítási alapfeladatok:

- Vezérlések: ablakmozgató, ablaktörlő motor, zármotor központi zárhoz (járműves példák).
- Fordulatszám-szabályozás - fordulatszám mérésen alapuló visszacsatolt irányítás.
- Hajtás-szabályozás - nyomaték-fordulatszám szabályozás.
- Szervo-szabályozás - szög- vagy pozíció szabályozás.

## Megjelenési formák:

- Rotációs és lineáris hajtások és szervók.



# Mérőeszközök

---

## Szögmérés:

- Abszolút és inkrementális jeladók.
- Optikai jeladók
- Mágneses forgó jeladók.
- Rezolverek.
- Elektromos eszközök: potenciométerek.

## Fordulatszám (szögsebesség) jeladók:

- Mágneses elvű jeladók: tachogenerátor.
- Időmérésen alapuló eszközök: optikai és mágneses impulzusszámlálók.
- Inerciális elvű jeladók: giro szenzorok (MEMS).

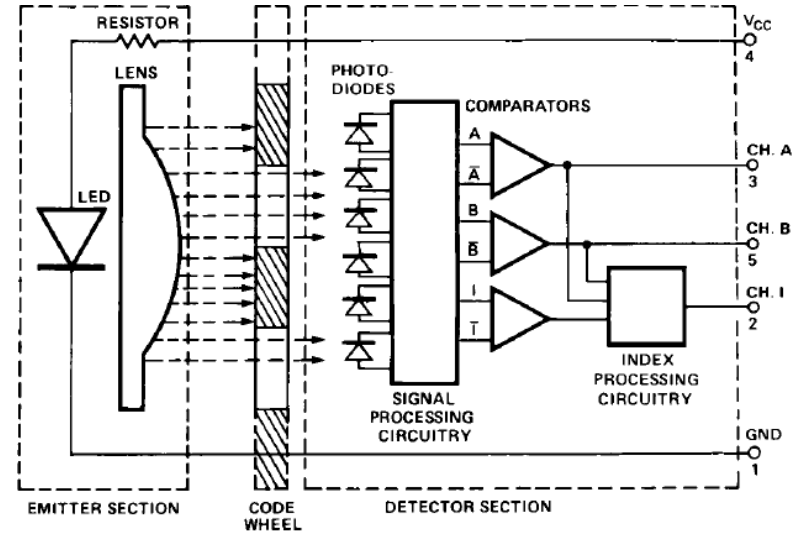
## Nyomaték jeladók



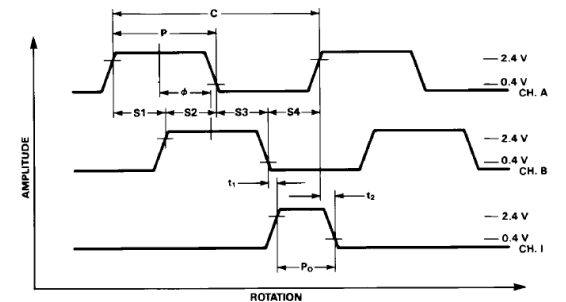
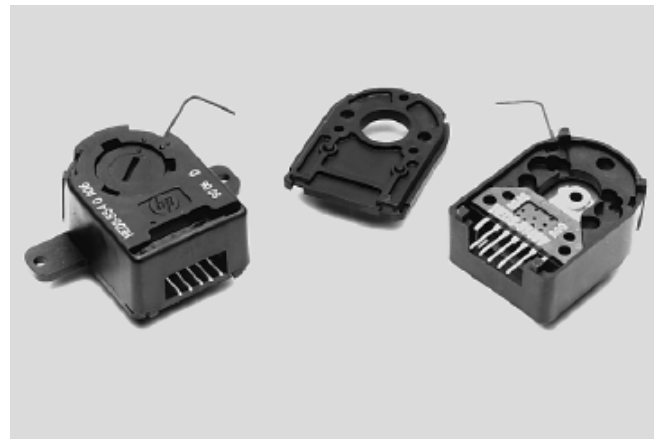
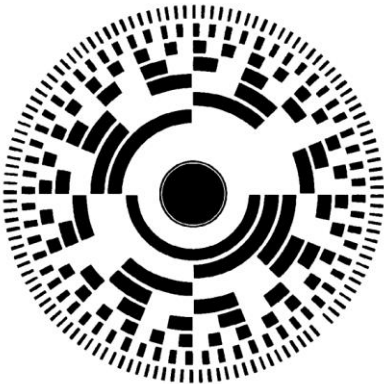
# Mérőeszközök

## Optikai szögjeladó (encoder):

Inkrementális

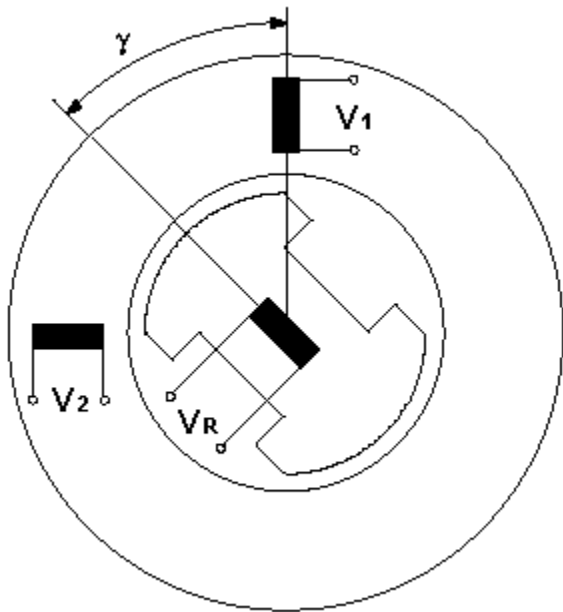


Abszolút

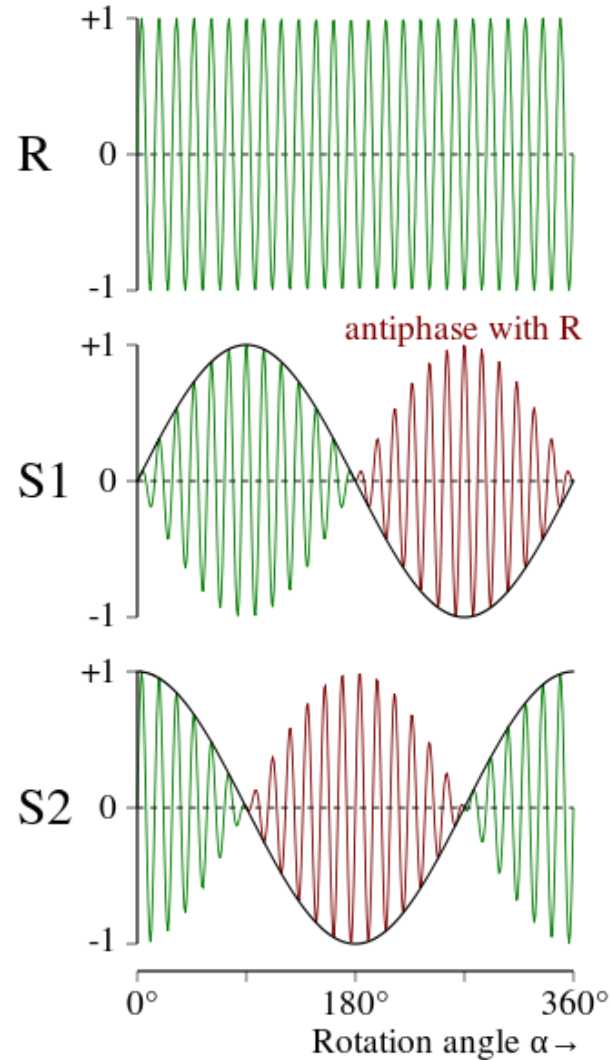


# Mérőeszközök

Rezolver:



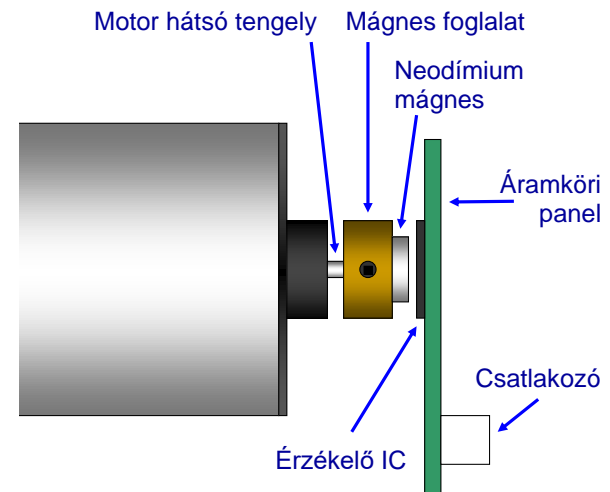
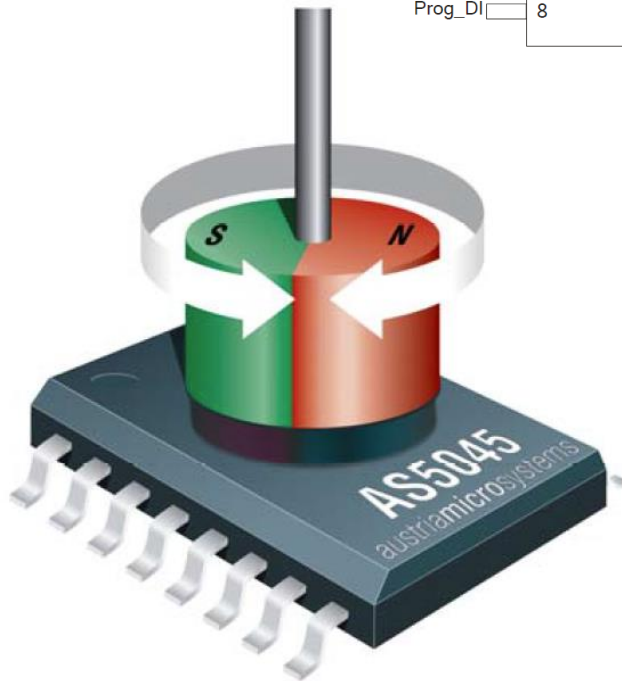
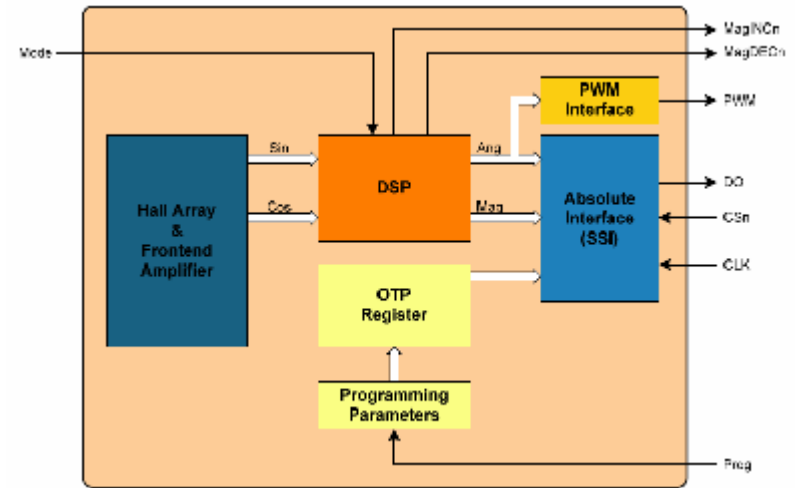
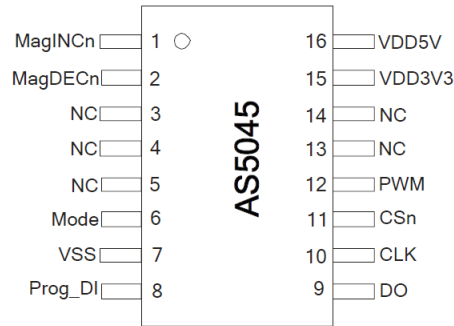
„Forgó transzformátor”



# Mérőeszközök

## Mágneses abszolút szögjeladó:

AMS (Austria)

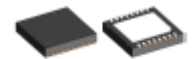
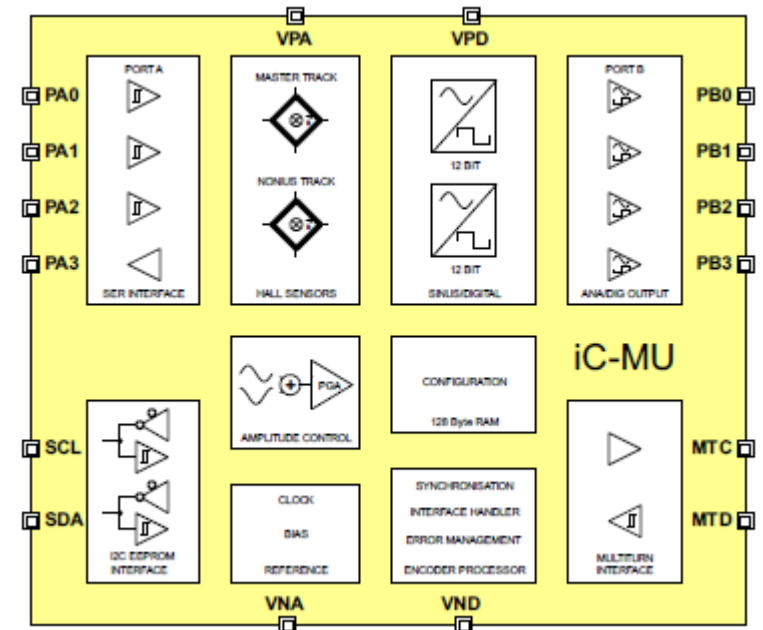
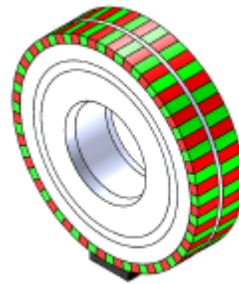
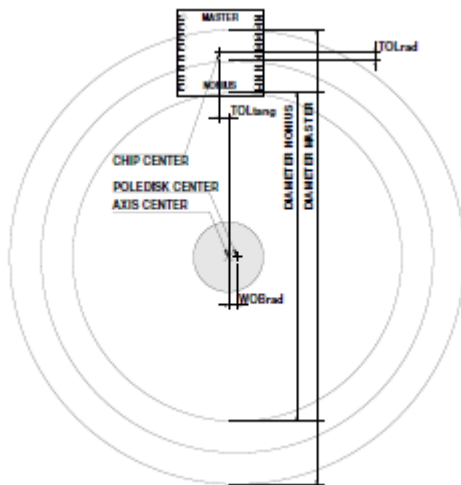


# Mérőeszközök

## Mágneses abszolút szögjeladó: „off axis”

*iC-Haus (DE)*

- Master track - Nonius track
- A nonius track-en 1-el kevesebb domén
- Pozíciómérés egy-egy doménen belül 14 bit felbontással
- A domének sorszáma egyértelműen meghatározható az mért értékekből



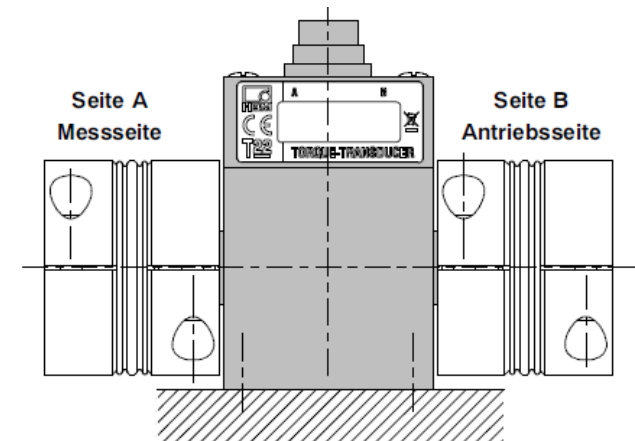
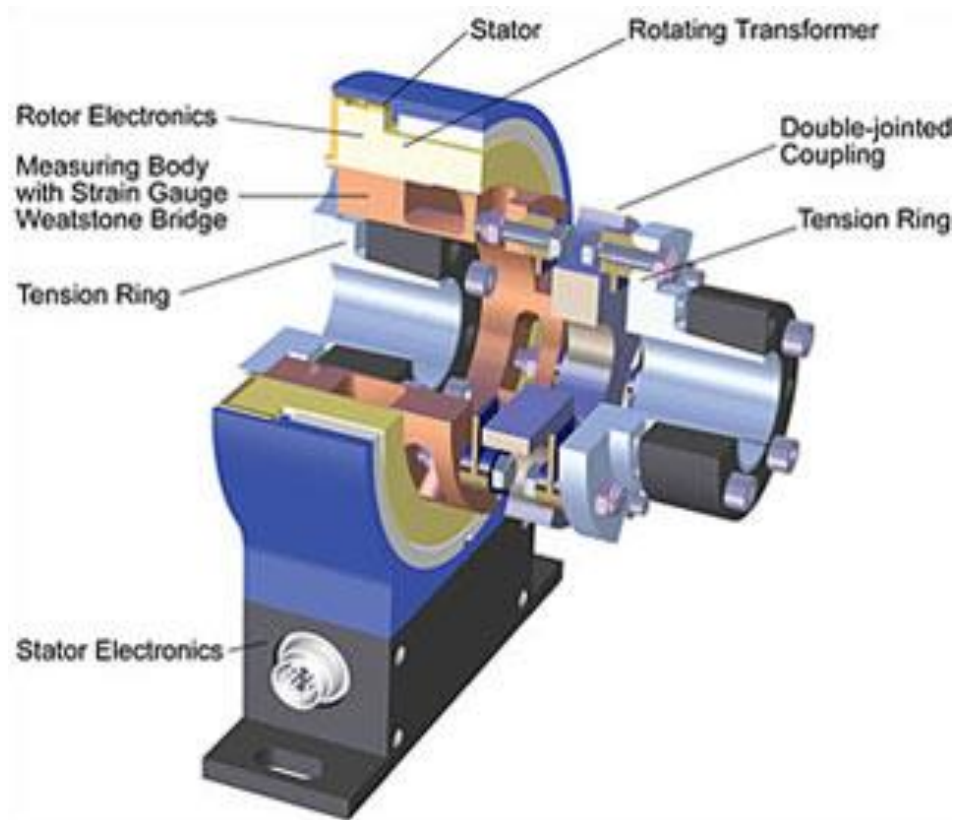
DFN16  
5 mm x 5 mm





# Mérőeszközök

## Nyomatékmérő szenzor:



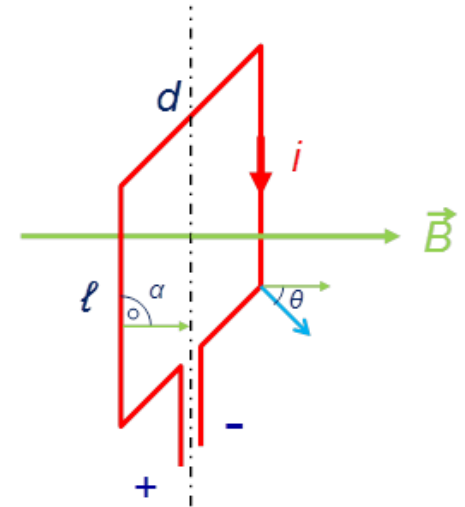
# A DC-motor modellezése

Faraday törvénye – indukció:  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

mágneses térben mozgó áramhurok

$\Phi$  az áramhurok  $A$  felületén átfolyó *fluxus*,

állandó indukció esetén  $\Phi = |B|ld \cos \theta$



$$e = -\frac{d}{dt}(|\mathbf{B}|A \cos \theta(t)) = |\mathbf{B}|A\dot{\theta} \sin \theta(t) = |\mathbf{B}|A\omega \sin \theta(t)$$

$\omega$  a forgórész forgási körfrekvenciája

Mágneses térben mozgó áramhurkon előálló feszültség:

indukált feszültség (elektromotoros erő)

$$e = |\mathbf{B}|A\omega \sin \theta(t)$$



# A DC-motor modellezése

Az indukált feszültség:

$$e = |\mathbf{B}|A\omega \sin \theta(t)$$

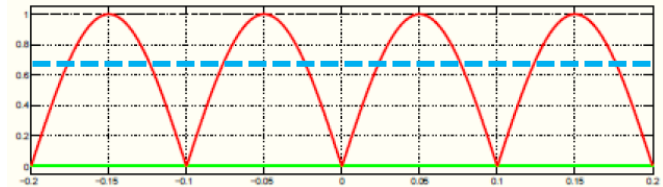
Összehasonlítva a nyomaték kifejezésével:

$$T = |\mathbf{B}|ild \sin \theta$$

DC-motornál: állandó indukció (fluxus) minden szöghelyzetben – jó közelítés.

$$|\mathbf{B}|A = \text{const.} \quad A = ld.$$

A kommutáció miatt az indukált feszültség és nyomaték fél-periódusonként előjelet vált („kétutasan” egyenirányítódnak), így átlaguk:



$$\bar{e} = \frac{2}{\pi} |\mathbf{B}|A\omega$$

effektív  
átlagértékük

$$\bar{T} = \frac{2}{\pi} |\mathbf{B}|Ai$$

$$\bar{e} = k_e \omega$$

$$\bar{T} = k_m i$$

$k_e$  EMF tényező

$$k_e = k_m$$

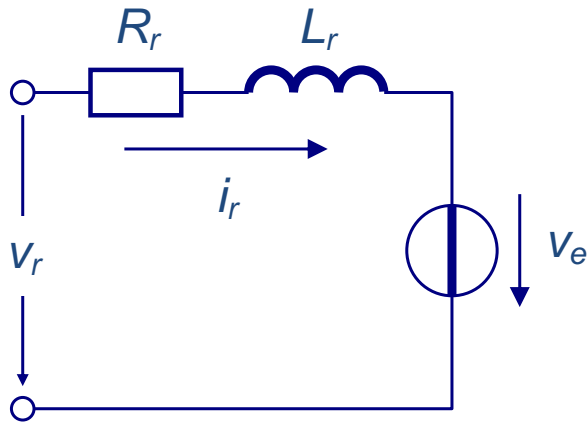
$k_m$  nyomatéktényező



# A DC-motor leírása

A motor elektromos egyenlete:

$$v_r(t) = L_r \frac{di_r}{dt} + R_r i_r + v_e$$



$v_r$  - a forgórész kapocsfeszültsége

$i_r$  - a forgórész árama

$R_r$  - a forgórész villamos ellenállása

$L_r$  - a forgórész induktivitása

$v_e$  - elektromotoros erő - indukált feszültség

$T_m$  - a motor által kifejtett nyomaték

$\omega$  - a motor fordulatszáma  
(szögsebesség)

$k_m$  - nyomatéktényező

Állandósult állapotban bármiféle súrlódás elhanyagolásával

$$T_m = \frac{k_m}{R_r} u_r - \frac{k_m^2}{R_r} \omega$$



# A DC motor leírása

---

Az állandó mágneses DC motorok konstrukciója:

- biztosítja, hogy az álló- és forgórész közti légrésben a kialakuló mágneses fluxus szöghelyzettől függetlenül állandó

Következmény: a  $k_e$ ,  $k_m$  konstansok

$k_e$  [V/rad/s] EMF-állandó

$k_m$  [Nm/A] nyomatéktényező

SI mértérendszerben azonosak

és jó közelítéssel érvényes

$$v_e = k_m \omega \quad T_m = k_m i_r$$



# A DC motor statikus leírása

Állandósult állapotban bármiféle súrlódás elhanyagolásával

$$v_r = L_r \frac{di_r}{dt} + R_r i_r + v_e$$

$$v_e = k_m \omega \quad T_m = k_m i_r$$

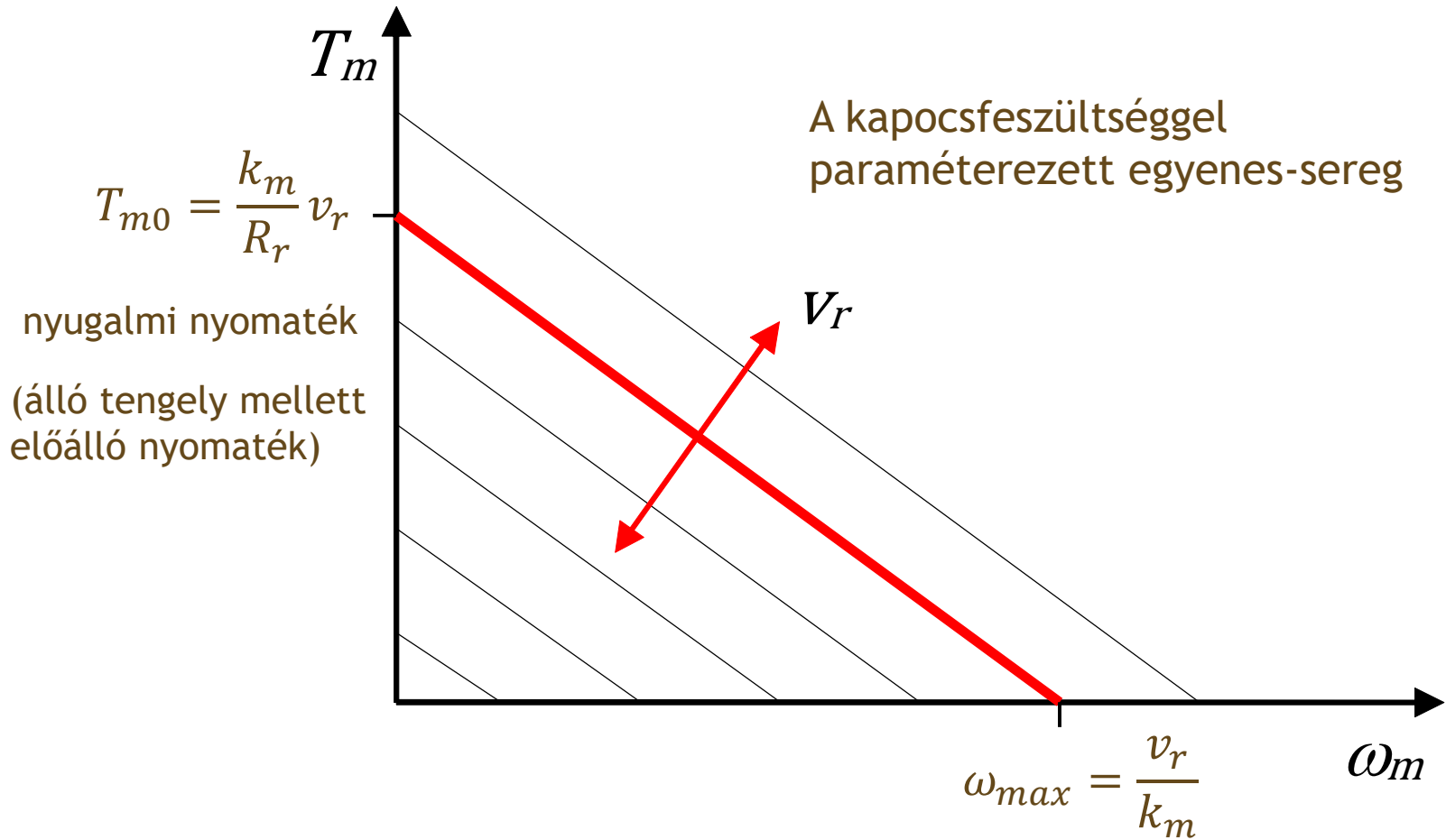
$$T_m = \frac{k_m}{R_r} v_r - \frac{k_m^2}{R_r} \omega$$

Állandósult állapot:

- induktív hatás elhanyagolva,
- a kapocsfeszültség állandó,
- a motort terhelő nyomaték állandó.



# A DC motor statikus leírása



üresjárási fordulatszám  
(terhelés nélküli állapotban előálló fordulatszám)



# A DC motor statikus leírása

Teljesítményviszonyok:

$P_i$  felvett (villamos) teljesítmény

$P_d$  ohmos ellenálláson disszipált teljesítmény

$P_o$  leadott (mechanikai) teljesítmény

$$P_i = v_r i_r \quad i_r = \frac{v_r - k_m \omega}{R_r}$$

$$P_i = \frac{v_r (v_r - k_m \omega)}{R_r}$$

$$P_o = T_m \omega = \frac{k_m}{R_r} v_r \omega - \frac{k_m^2}{R_r} \omega^2$$

fordított másodfokú parabola  
lokális maximuma van

Zérushelyei:  $\omega = 0$   $\omega = \frac{v_r}{k_m}$

normál működési tartományának  
határai (1 síknegyed - 1q)





# A DC motor statikus leírása

A maximális teljesítményű pont:

$$\frac{dP_o}{d\omega} = 0 \quad v_r - 2k_m\omega = 0$$

$$\omega = \frac{v_r}{2k_m} \quad P_o^{max} = \frac{v_r^2}{4R_r}$$

Hatásfok:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{k_m\omega(v_r - k_m\omega)}{v_r(v_r - k_m\omega)} = \frac{k_m\omega}{v_r}$$

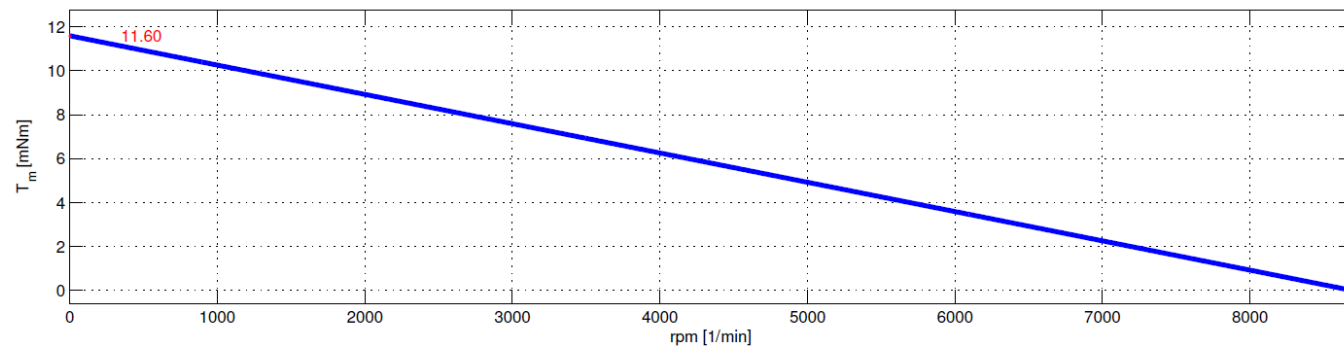
Lineáris összefüggés: maximum a tartomány határán

$$\omega = \frac{v_r}{k_m} \quad \text{ahol a hatásfok 1.}$$

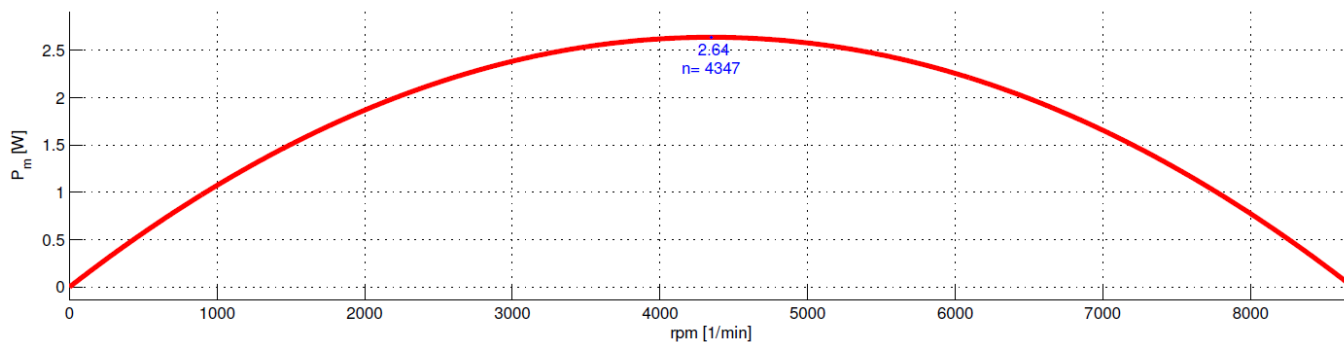
Ez nem túl életszerű eredmény: túlegyszerűsített modell.



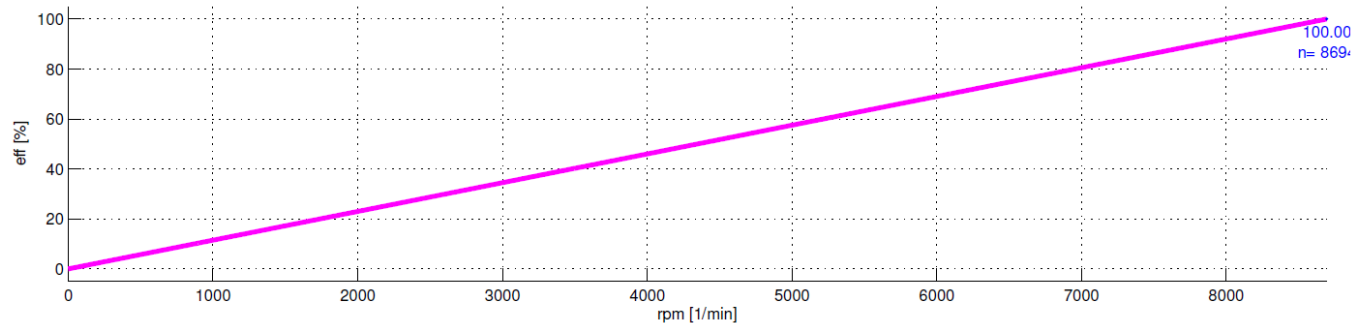
# A DC motor statikus leírása



Nyomaték



Teljesítmény



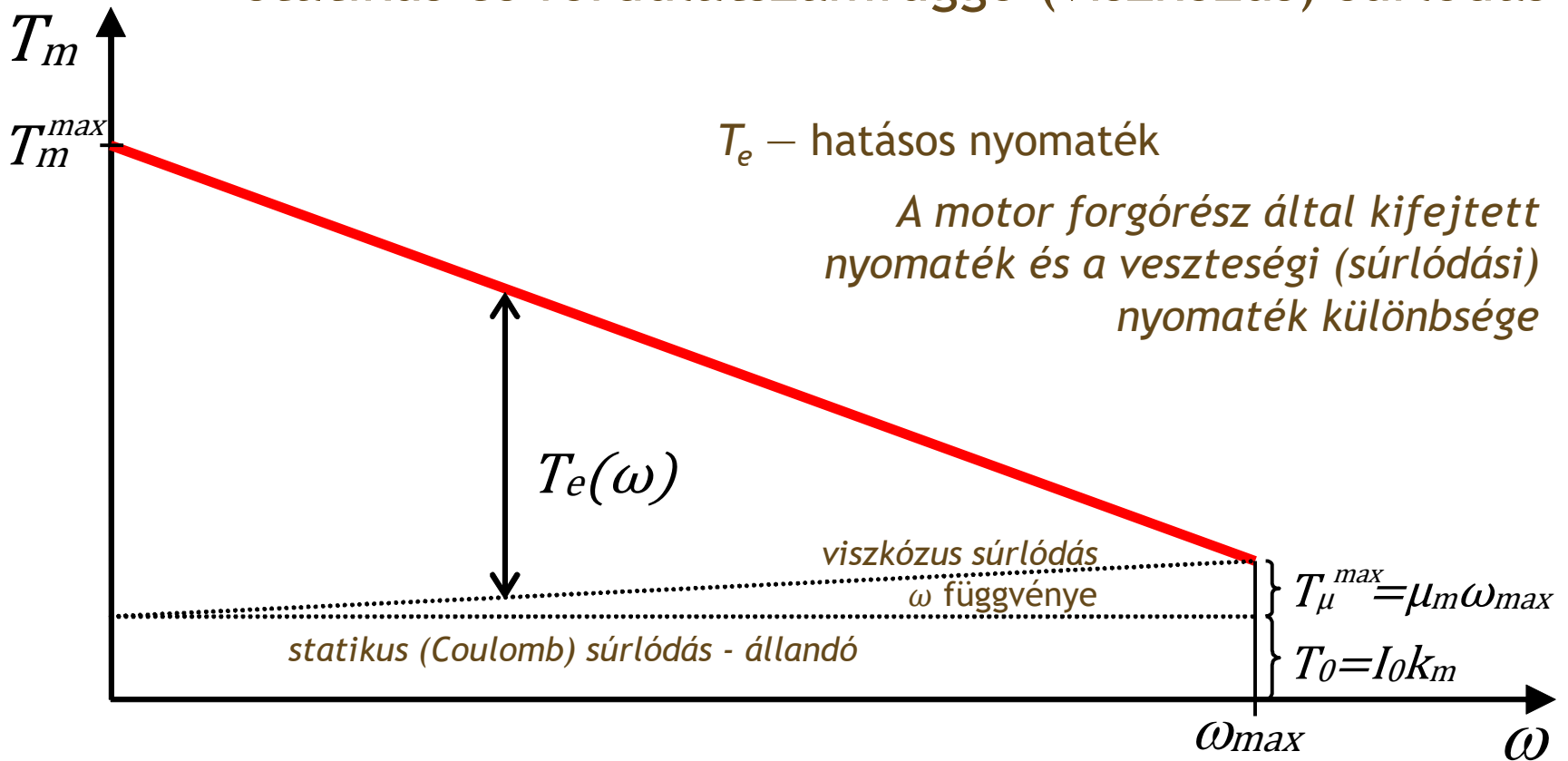
Hatásfok



# A DC motor statikus leírása

Megoldás: a súrlódás figyelembe vétele:

statikus és fordulatszámfüggő (viszkózus) súrlódás



$T_e$  – hatásos nyomaték

A motor forgórész által kifejtett nyomaték és a veszteségi (súrlódási) nyomaték különbsége

$I_0$  – nyugalmi áram

$T_0$  – alapnyomaték



# A DC motor statikus leírása

Teljesítményviszonyok *statikus* súrlódás esetén:

$$i_r = I_0 + \frac{v_r - k_m \omega}{R_r} \quad P_i = v_r \left( I_0 + \frac{v_r - k_m \omega}{R_r} \right) = \frac{v_r}{R_r} (v_r + R_r I_0 - k_m \omega)$$

$$T_m = \frac{k_m}{R_r} v_r \omega - \frac{k_m^2}{R_r} \omega^2 + T_0 \quad P_e = \frac{k_m}{R_r} v_r \omega - T_0 \omega - \frac{k_m^2}{R_r} \omega^2$$

$$P_e = \frac{k_m}{R_r} \omega (v_r - R_r I_0 - k_m \omega)$$

*Működési tartomány:*

*Másodfokú parabola - maximuma van.*

$$\omega = 0 \quad \omega = \frac{v_r - R_r I_0}{k_m} \quad \omega = \frac{v_r - R_r I_0}{2k_m} \quad P_o^{max} = \frac{(v_r - R_r I_0)^2}{4R_r}$$



# A DC motor statikus leírása

Hatásfok:  $\eta = \frac{P_e}{P_i} = \frac{k_m \omega (v_r - R_r I_0 - k_m \omega)}{v_r (v_r + R_r I_0 - k_m \omega)}$  *Értelmezési tartomány:*

$$\omega = 0 \quad \omega = \frac{v_r - R_r I_0}{k_m}$$

$$a = v_r - R_r I_0$$

$$b = v_r + R_r I_0 \quad \text{jelölésekkel:} \quad \eta(\omega) = c \frac{a\omega - k_m \omega^2}{b - k_m \omega}$$

0-tól az üresjárás  
körfrekvenciáig

$$c = k_m / v_r$$

$$\eta'(\omega) = c \frac{(a - 2k_m \omega)(b - k_m \omega) + k_m (a\omega - k_m \omega^2)}{(b - k_m \omega)^2} = c \frac{k_m^2 \omega^2 - 2bk_m \omega + ab}{(b - k_m \omega)^2}$$

A szélsőértékek helye:  $k_m^2 \omega^2 - 2bk_m \omega + ab = 0$

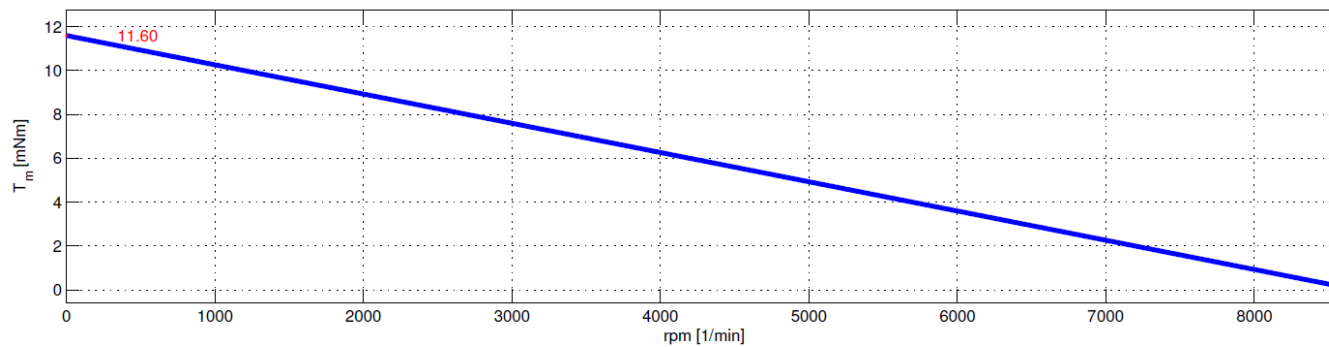
$$\omega_{1,2} = \frac{2bk_m \pm \sqrt{4b^2 k_m^2 - 4k_m^2 ab}}{2k_m^2} = \frac{b \pm \sqrt{b(b-a)}}{k_m}$$

Az értelmezési tartományban: 1 lokális maximum

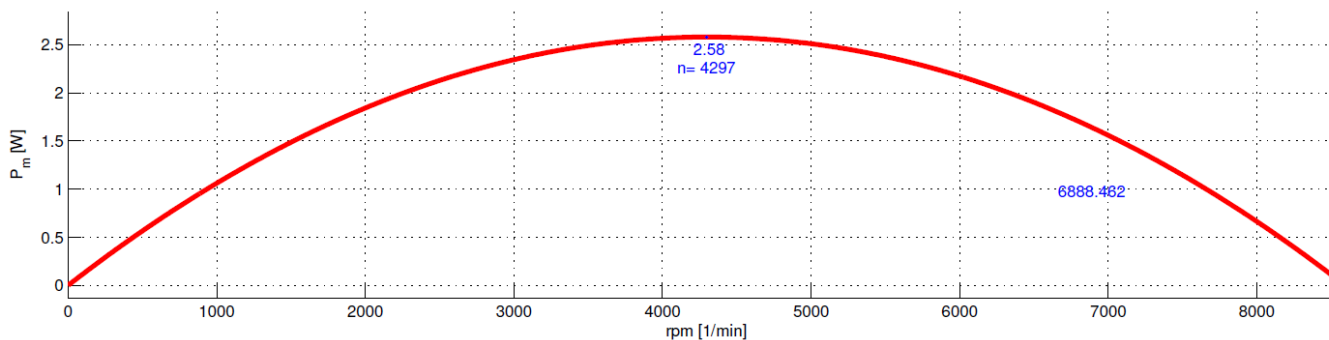
$$\omega_m = \frac{b - \sqrt{b(b-a)}}{k_m} = \frac{v_r + R_r I_0 - \sqrt{2R_r I_0 (v_r + R_r I_0)}}{k_m}$$



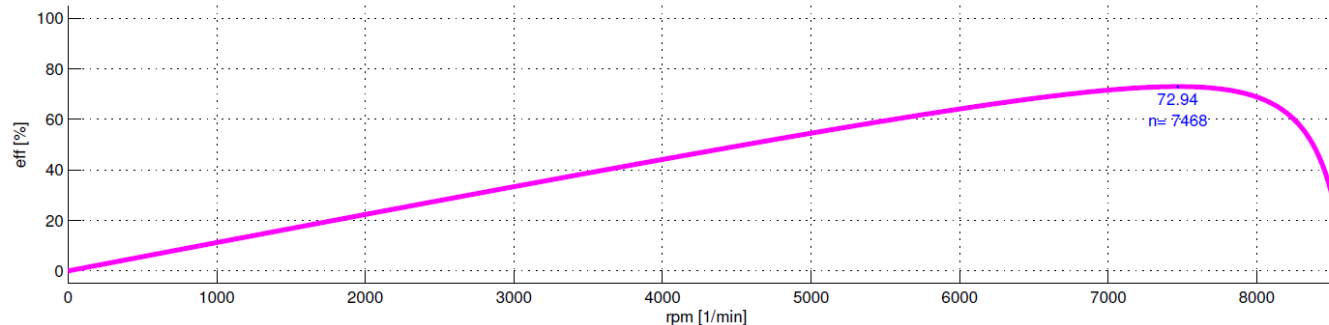
# A DC motor statikus leírása



Nyomaték



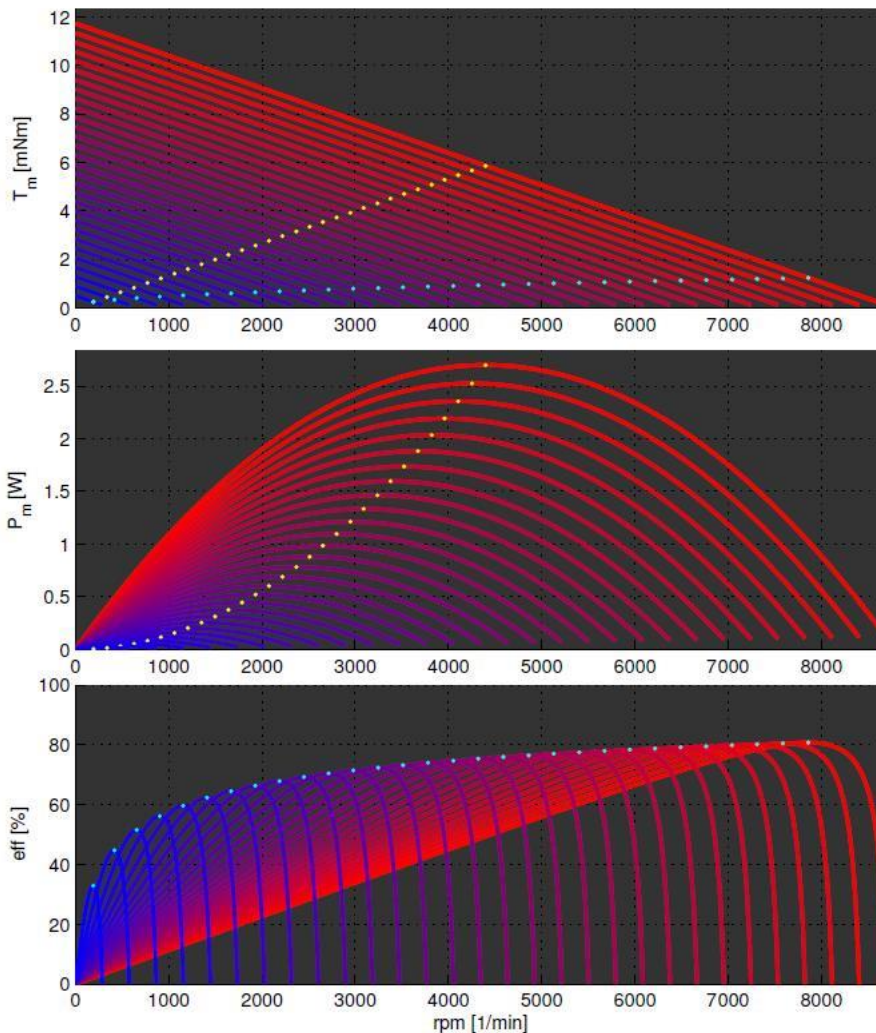
Teljesítmény



Hatásfok



# A DC motor statikus leírása



Nyomaték

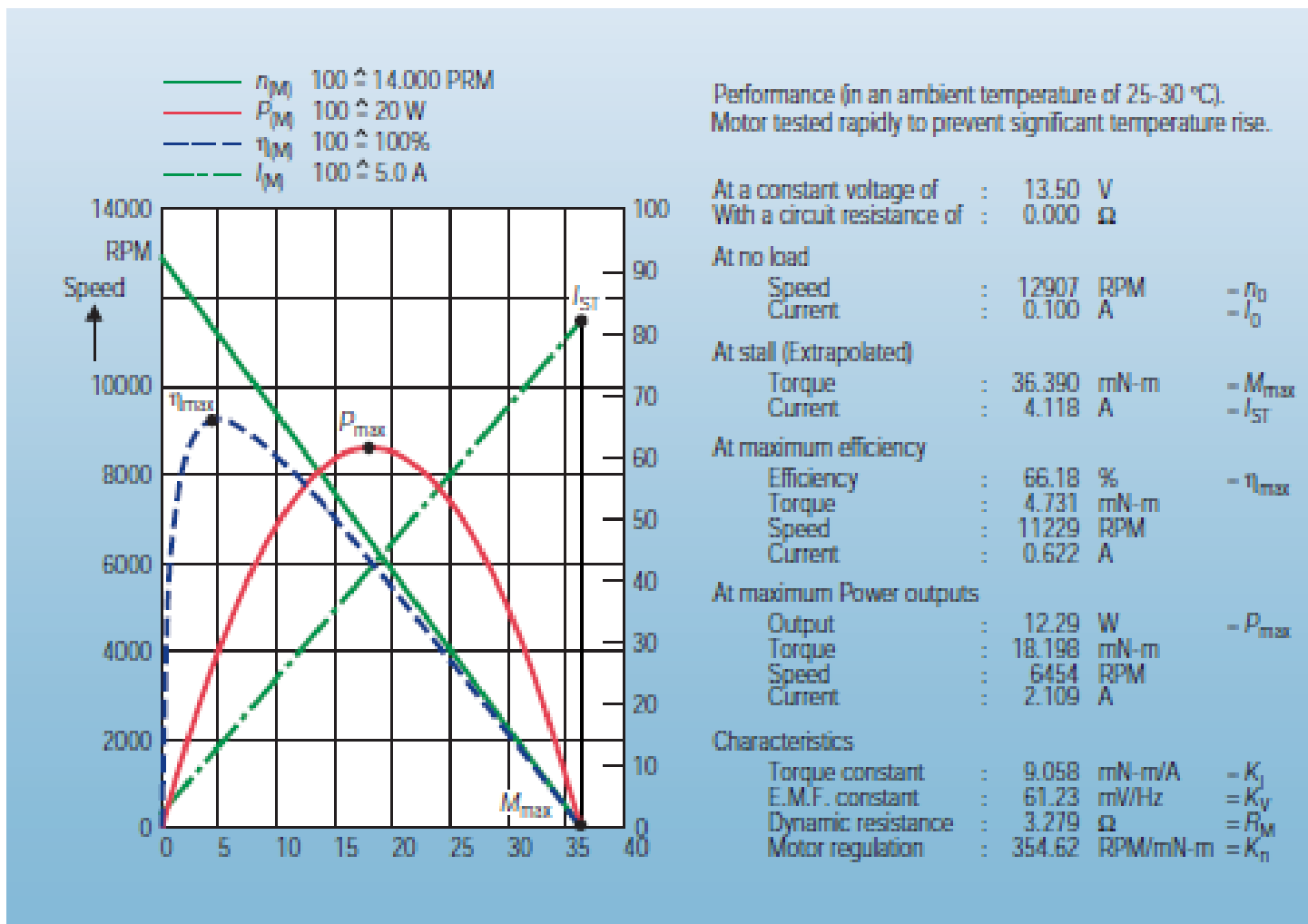
Teljesítmény

Hatásfok

$V_r$  kapcsol-  
feszültségtől  
való függése



# A DC motor statikus leírása





# BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Dr. Soumelidis Alexandros



*email: [soumelidis@sztaki.hu](mailto:soumelidis@sztaki.hu)*



**BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR**  
**32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG**