

ÉRZÉKELŐK ÉS BEAVATKOZÓK II.

5. DC MOTOROK

SZABÁLYOZÁS – FORDULATSZÁM- SZABÁLYOZÁS



Dr. Soumelidis Alexandros

2020.03.04.



BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR
32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG

DC motor szabályozás

Kiindulási alap: a DC motor dinamikus modellje

a motor kapocsfeszültsége és forgási körfrekvenciája
közti átviteli függvény

$$\Omega(s) = \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2} s + \frac{J_r L_r}{R_r \mu_m + k_m^2} s^2} \cdot V_r(s)$$

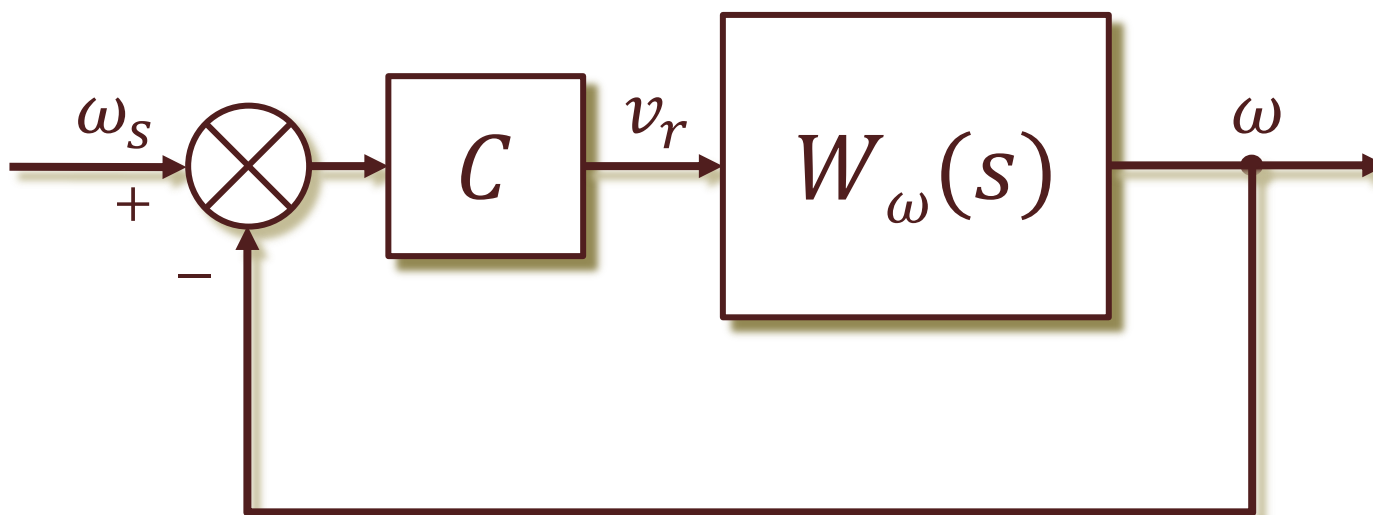
$$W_\omega(s) = \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2} s + \frac{J_r L_r}{R_r \mu_m + k_m^2} s^2}$$

$$W_\omega = G \cdot \frac{1}{1 + bs + as^2}$$



DC motor szabályozás

Fordulatszám szabályozás

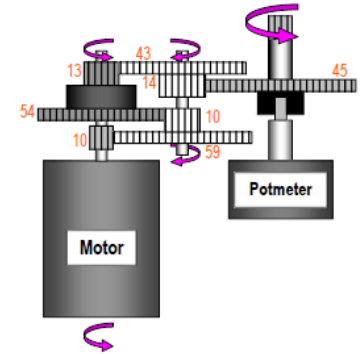


DC motor szabályozás

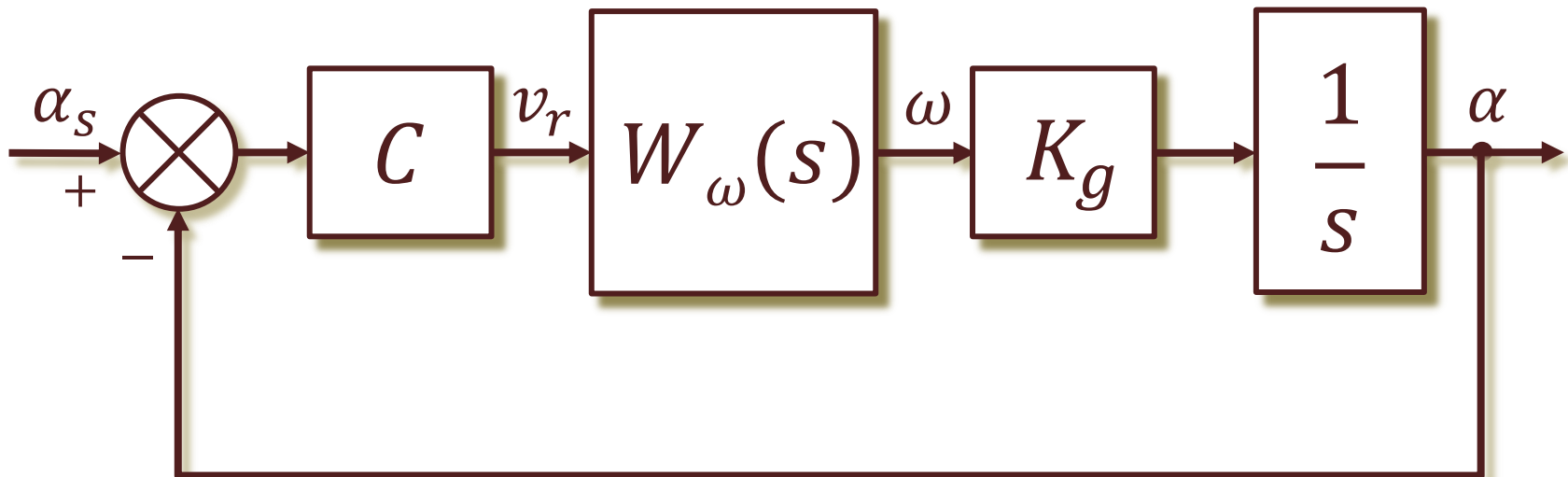
Szervo szabályozás

cél: a kimeneti tengely
valamilyen szögbe állítása,
szög tartása / követése

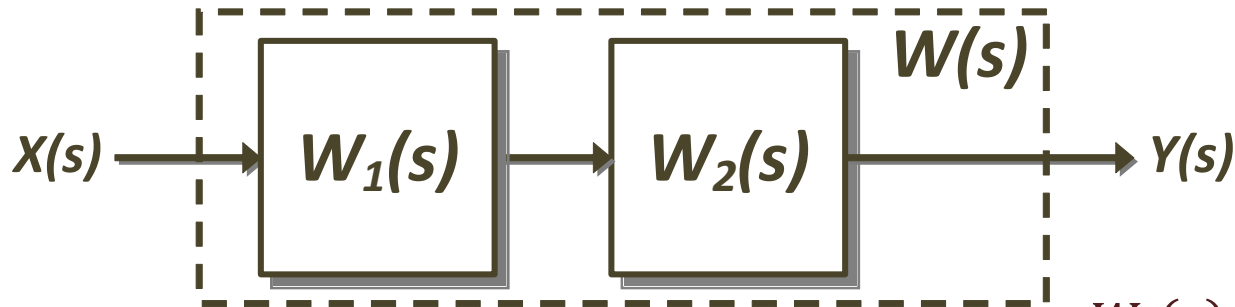
Áttétel és
szögmérés
(példa)



$$\frac{10}{59} \frac{10}{54} \frac{13}{43} \frac{14}{45} = \frac{1820}{616491} = \frac{1}{338.73}$$



Rendszerek összekapcsolása

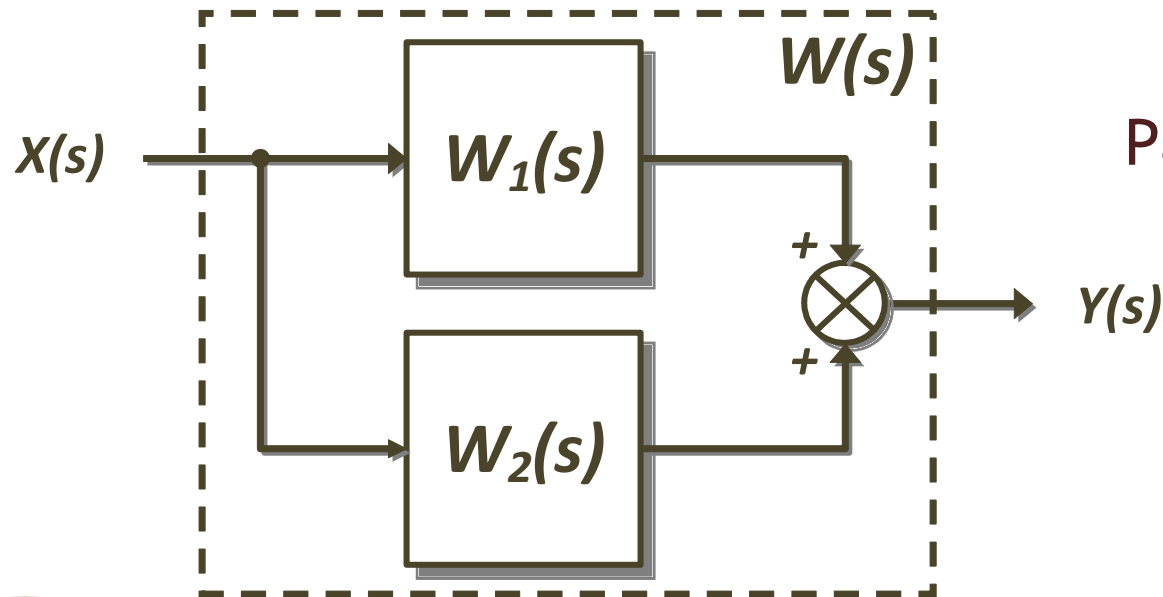


Soros kapcsolás

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s)$$

$$W_1(s) \cdot W_2(s) = W_2(s) \cdot W_1(s)$$

kommutatív művelet



Párhuzamos kapcsolás

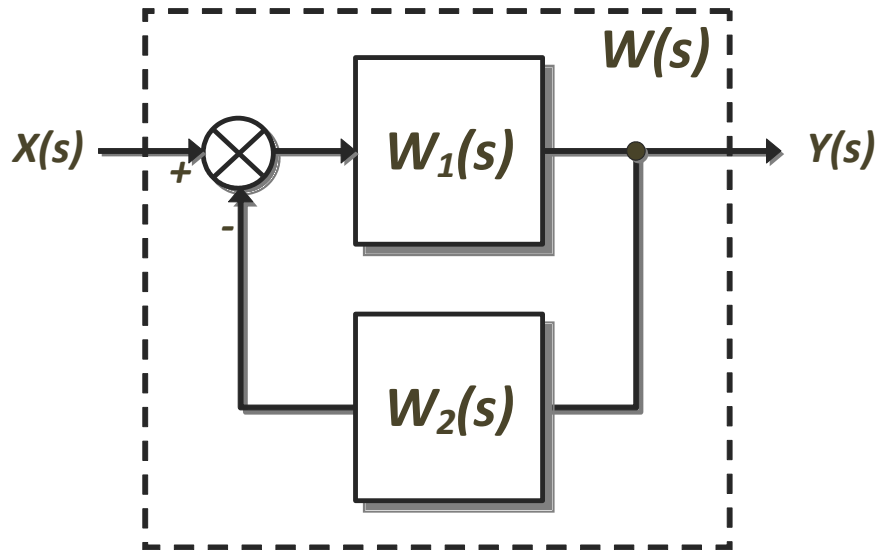
$$W(s) = W_1(s) + W_2(s)$$

kommutatív művelet

a szorzással disztributivitás



Rendszerek összekapcsolása

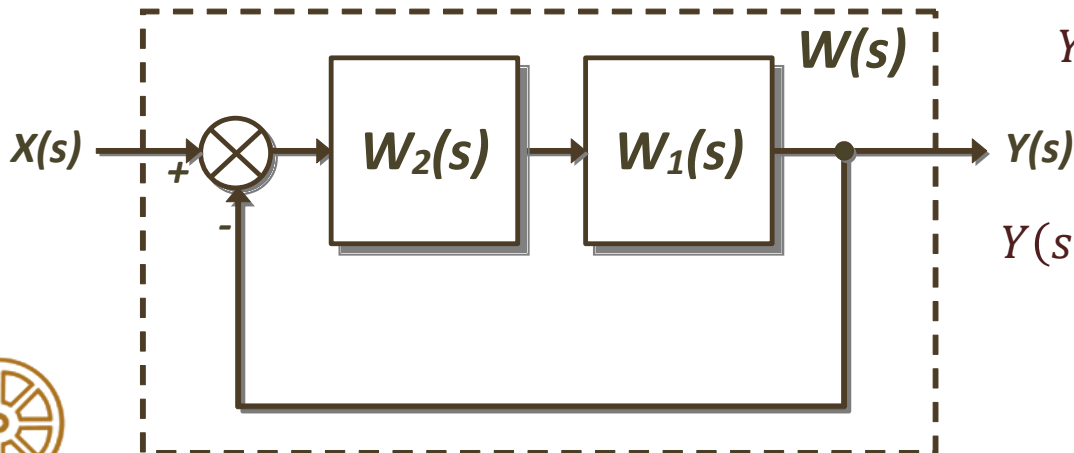


Visszacsatolás

$$Y(s) = W_1(s)[X(s) - W_2(s)Y(s)]$$

$$Y(s)[1 + W_1(s)W_2(s)] = W_1(s)X(s)$$

$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}$$



$$Y(s) = W_1(s)W_2(s)[X(s) - Y(s)]$$

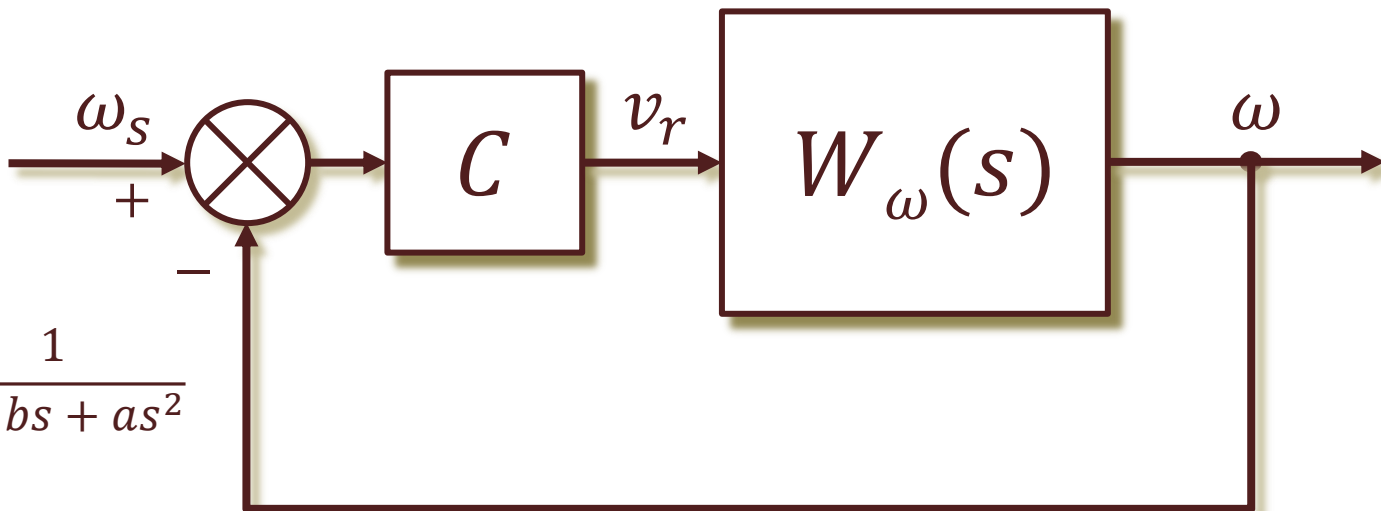
$$Y(s)[1 + W_1(s)W_2(s)] = W_1(s)W_2(s)X(s)$$

$$W(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}$$



DC motor fordulatszám-szabályozás

Arányos szabályozás: konstans C erősítés



$$W_{\omega}(s) = G \frac{1}{1 + bs + as^2}$$

$$W_c(s) = \frac{CW_{\omega}(s)}{1 + CW_{\omega}(s)} = \frac{CG \frac{1}{1 + bs + as^2}}{1 + \frac{1}{1 + bs + as^2} CG} = \frac{CG}{1 + CG + bs + as^2}$$

$$W_c(s) = \frac{CG}{1 + CG} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b}{1 + CG} s + \frac{a}{1 + CG} s^2}$$

$G \neq 1$ – statikus erősítési hiba lép fel

Megváltozott vágási körfrekvencia és csillapítás

– pólusok eltolódnak.



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$W_c(s) = \frac{C \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2}}{1 + C \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2} s + \frac{J_r L_r}{R_r \mu_m + k_m^2} s^2}$$

$$W_c(s) = \frac{C k_m}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m} s + \frac{J_r R_r}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m} s^2}$$

$$G = \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2}$$

$$G' = \frac{C k_m}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m}$$

$$a = \frac{J_r R_r}{R_r \mu_m + k_m^2}$$

$$a' = \frac{J_r R_r}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m}$$

$$b = \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2}$$

$$b' = \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2 + C k_m}$$



Arányos fordulatszám-szabályozás

Szabályozó tervezés: C erősítés meghatározása

Kritériumok:

- Stabilitás
- Statikus hiba legyen minél kisebb
- A beállítás legyen minél gyorsabb
- Túllövés, periodikus/aperiodikus beállítás (ténye, mértéke)

Az alkalmazás dönti el, hogy túllövés, periodicitás megengedhető-e, illetve milyen mértékű lehet.

A fenti kritériumok maximális mértékben egyszerre általában nem teljesíthetők, kompromisszumos megoldást kell választanunk.



Arányos fordulatszám-szabályozás

Stabilitás, beállási tulajdonságok: fázistartalék

Stabilitás fennáll, ha a rendszer fázistolása kisebb, mint 180° mindenütt, ahol a körerősítés nagyobb, mint 1 (0 bB).

Fázistartalék:

A fázis eltérése 180° -tól azon a ponton, ahol a körerősítés egyenlő 1-gyel (0 bB).

Minél kisebb a fázistartalék,

- annál jobban közelít a rendszer a stabilitás határához,
- a rendszernek annál nagyobb túllövése van, illetve a periodikus beállítás amplitúdója annál nagyobb (annál nagyobb lengéseket végez).



Arányos fordulatszám-szabályozás

A fázistartalék - túllövés összefüggés másodrendű aluláteresztő stabil rendszerre (táblázatos forma):

Fázistartalék °	Túllövés %
75	0.008
70	1.4
65	4.7
60	8.7
55	13.3

Másodrendű rendszerre analitikus összefüggésekkel pontosan számítható.

Fázistartalék (FT) – Phase Margin (PM, PHM)

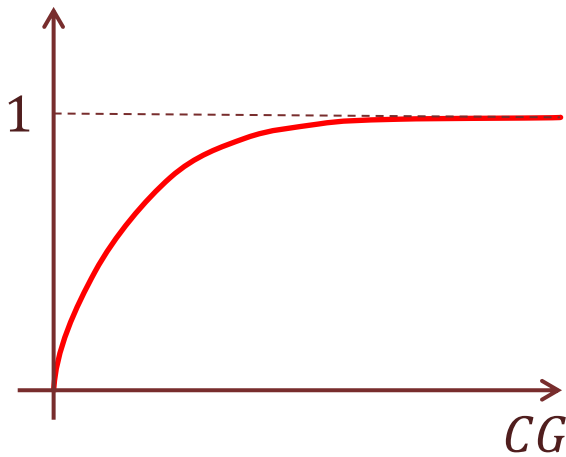
Felfutási idő: ugrásjel gerjesztésre a végérték 10 és 90 %-ának elérése közt eltelt idő, a következőkben T_{UP} .



Arányos fordulatszám-szabályozás

Statikus hiba:

$$G' = \frac{CG}{1 + CG} \quad G' < 1 \quad \text{1-től való eltérés: a statikus hiba}$$



$$\Delta G' = \frac{1}{1 + CG}$$

CG - statikus körerősítés

CG körerősítés minél nagyobb, a statikus hiba annál kisebb, és

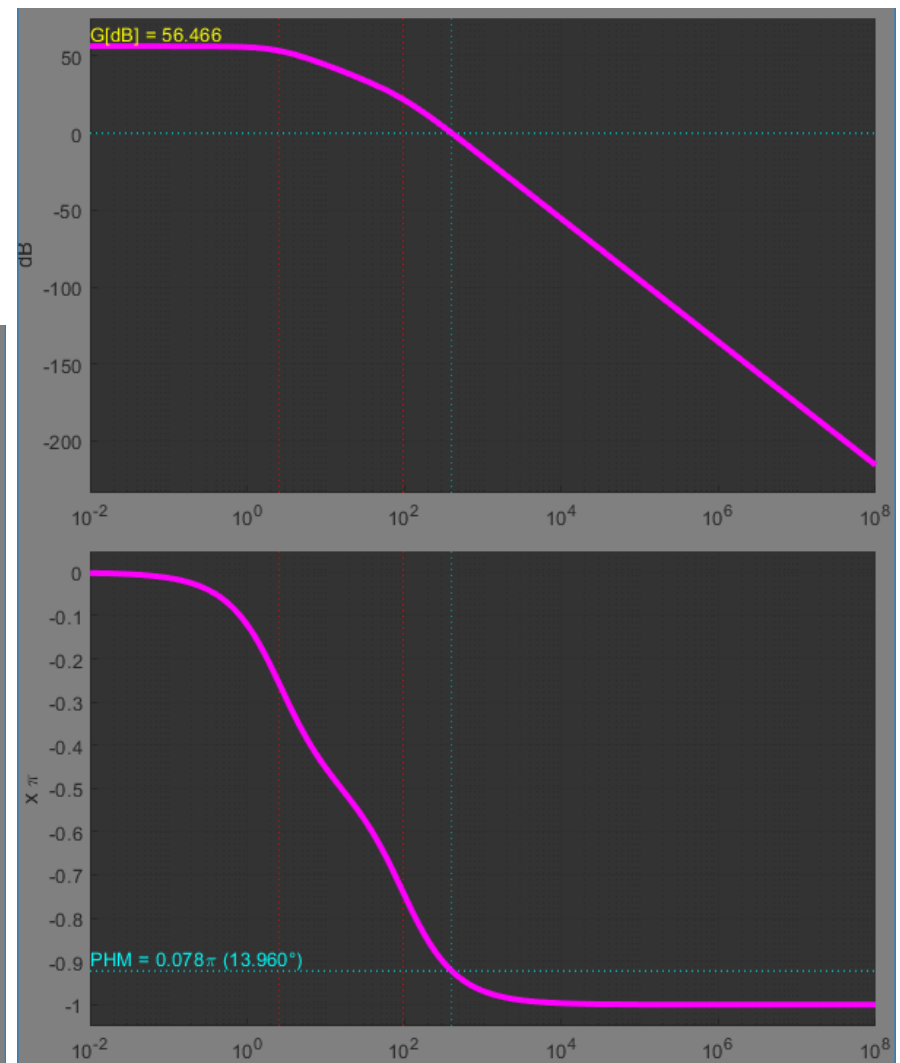
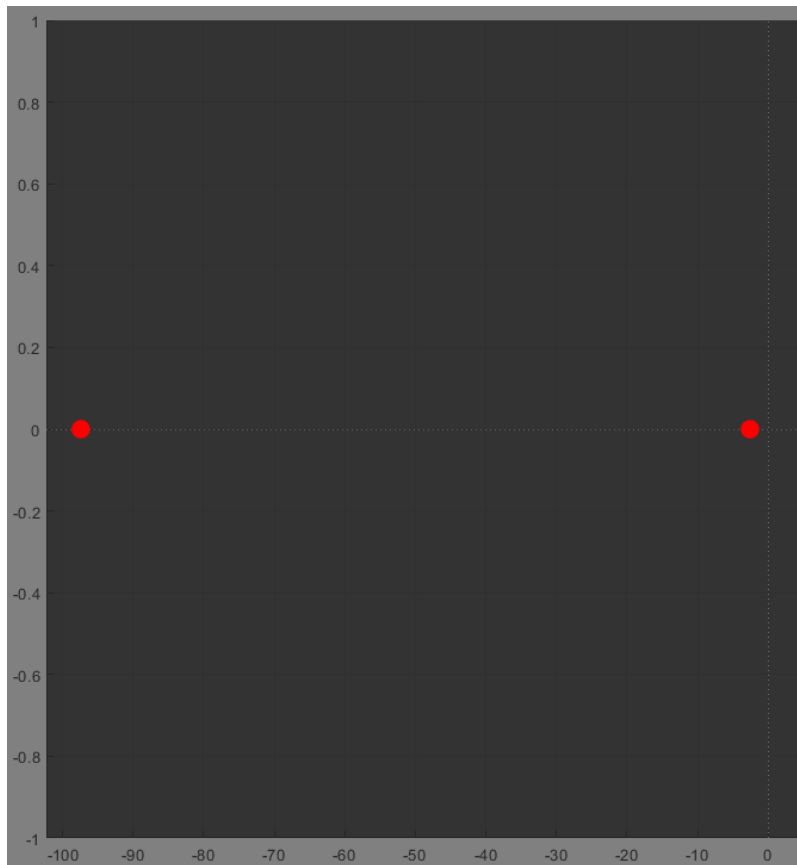
$$\Delta G' = 0 \quad \text{ha} \quad CG \rightarrow \infty$$

C növelése rontja a stabilitást - csökkenti a fázistartalékot.



A motor nyílthurkú átvitele

Km [mNm/A]:	14.341	Tf [mNm]:	1.000
Rr [ohm]:	8.200	I0 [mA]:	70.000
Lr [mH]:	82.000	RPMmax:	7000
Jr [g cm ²]:	100.000	Kg: 1 /	30.000
Mu [nNms]	5.327	<input checked="" type="radio"/> Estimate Mu	

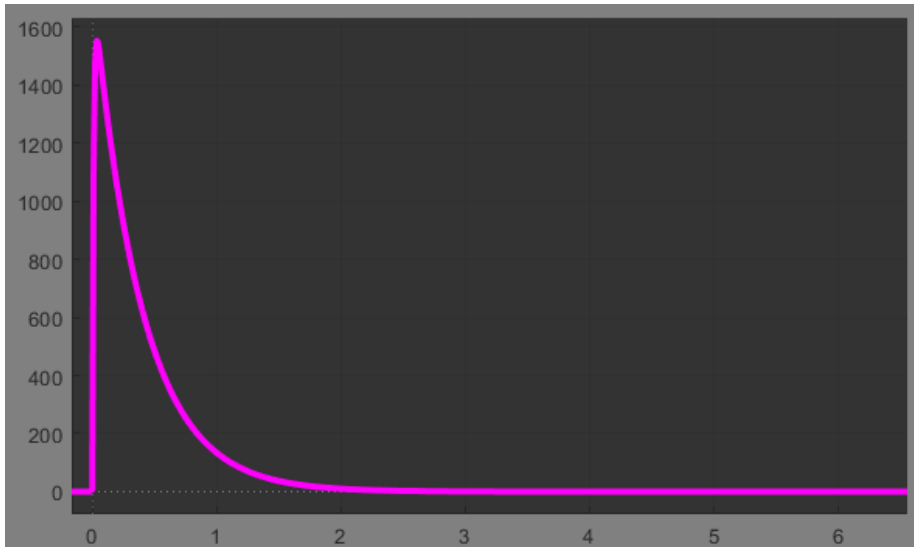


Pólus-zérus térkép

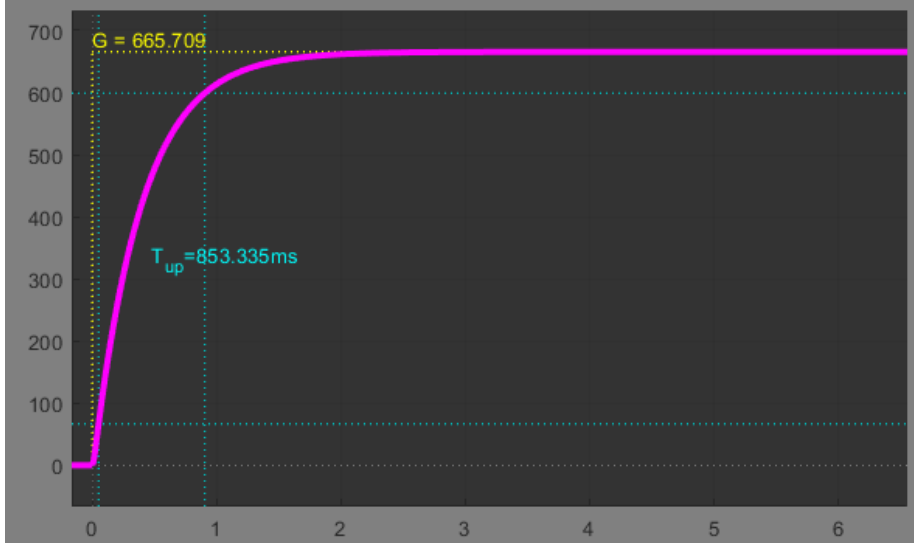
Bode-diagramm 13



A motor nyílthurkú átvitele



Impulzusválasz
(súlyfüggvény)

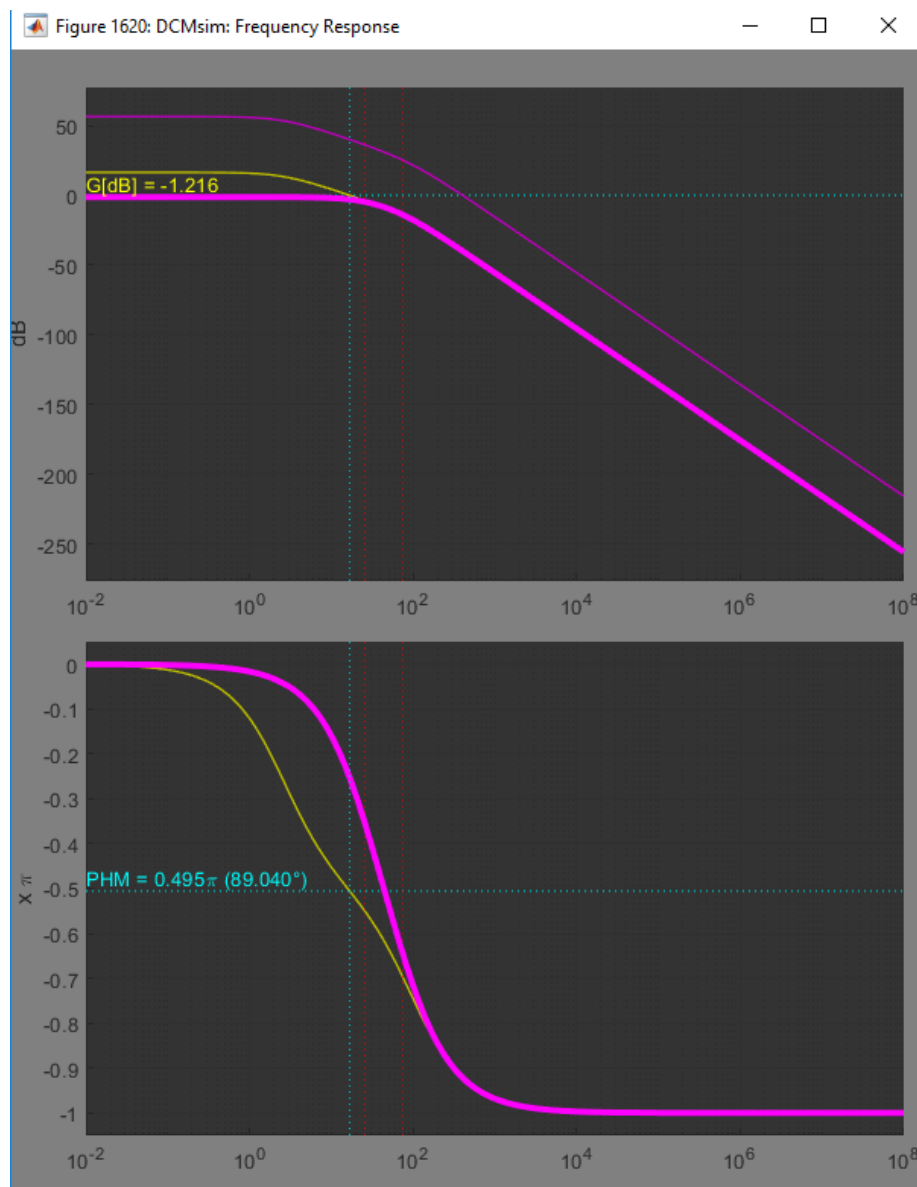
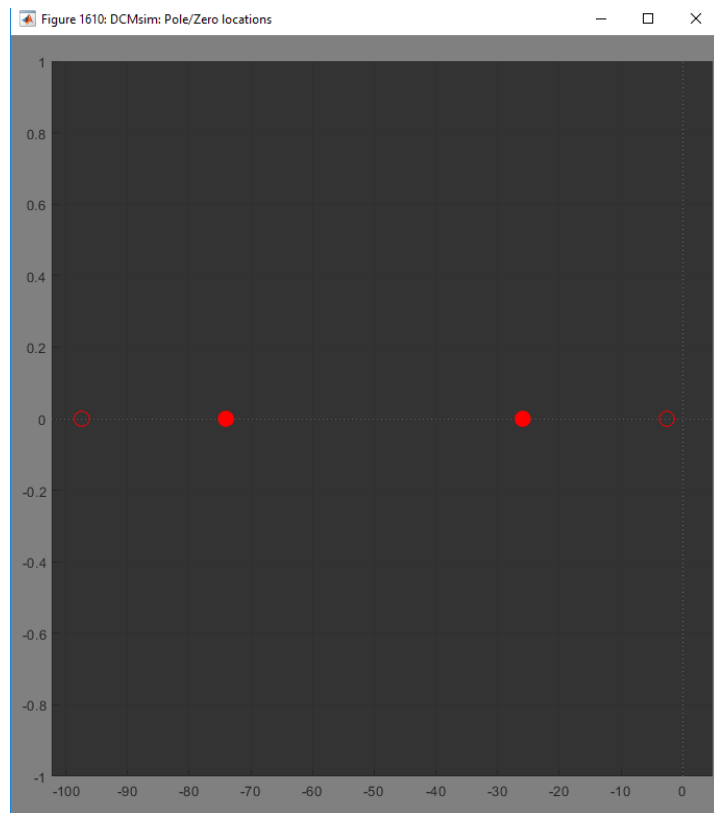


Egységugrás válasz
(átmeneti függvény)



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.01 \quad G' = 0.869$$

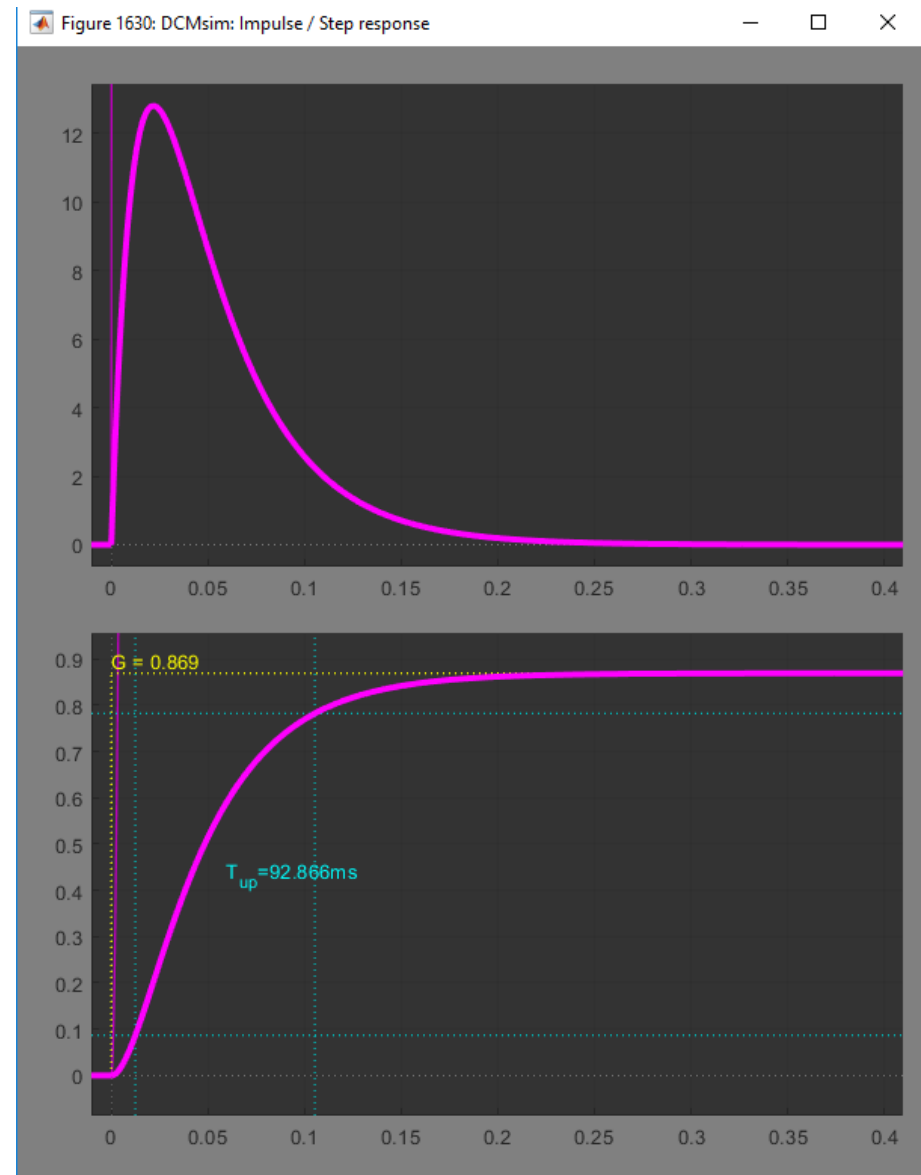


Eredeti rendszer pólusai ○
Zárt rendszer pólusai ●



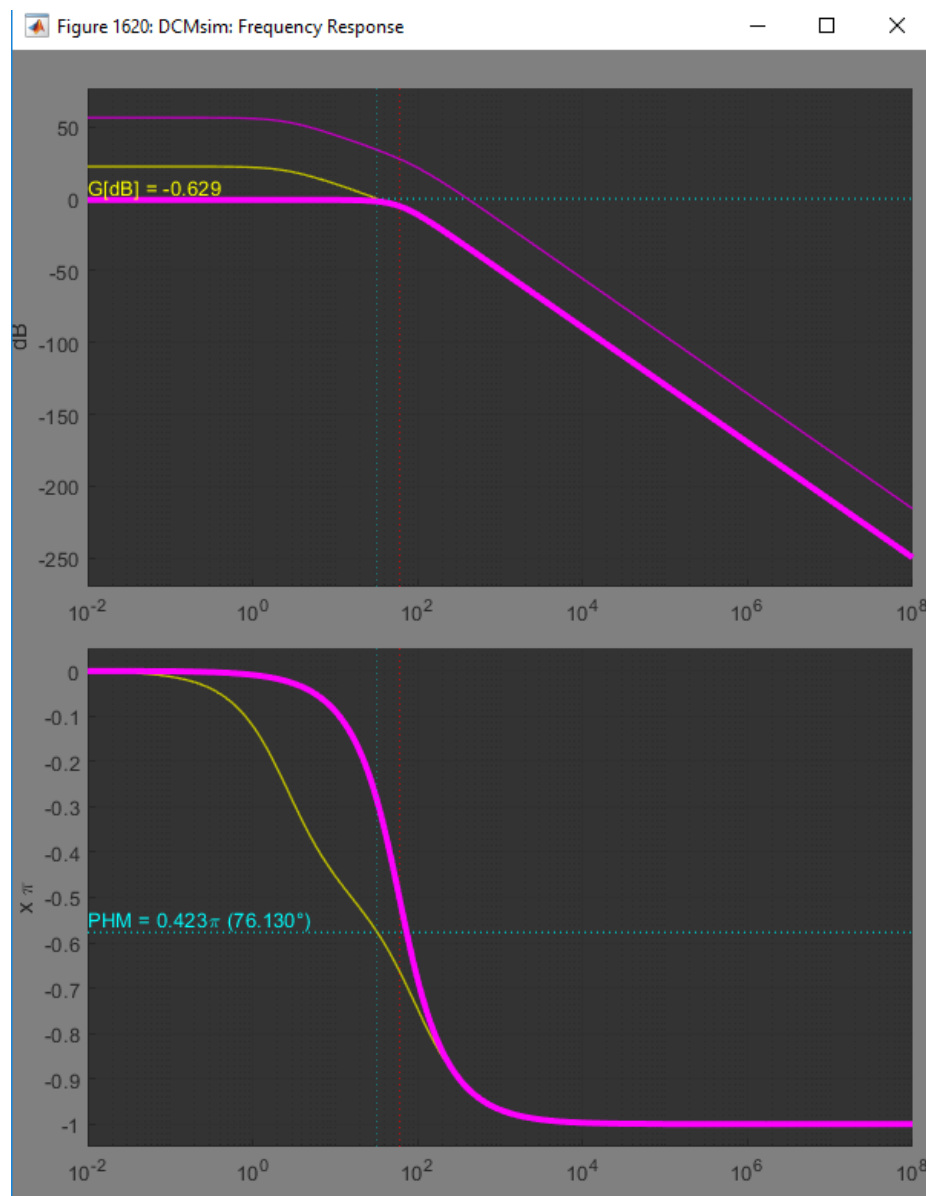
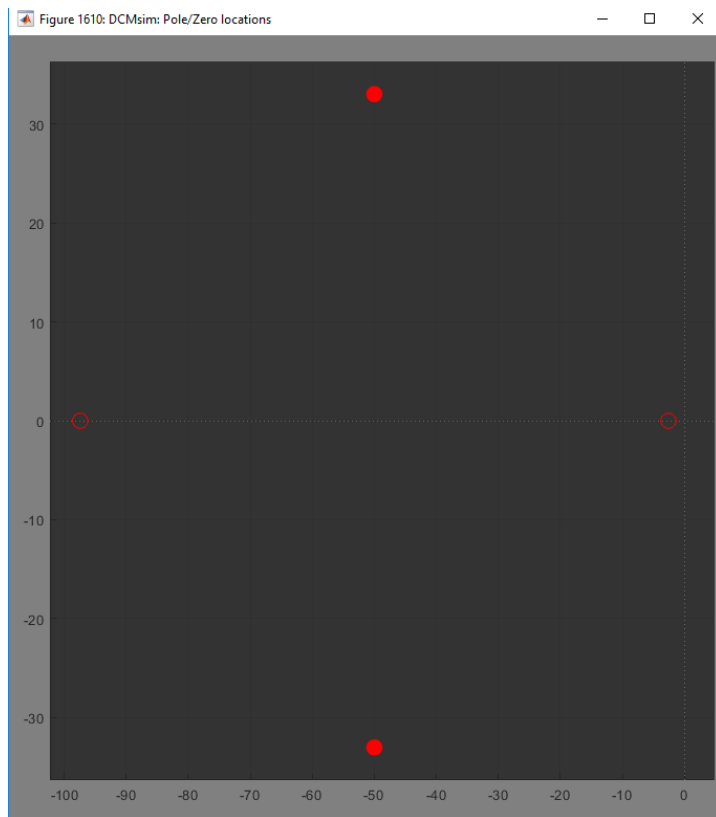
Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.01 \quad G' = 0.869$$



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.02 \quad G' = 0.930$$

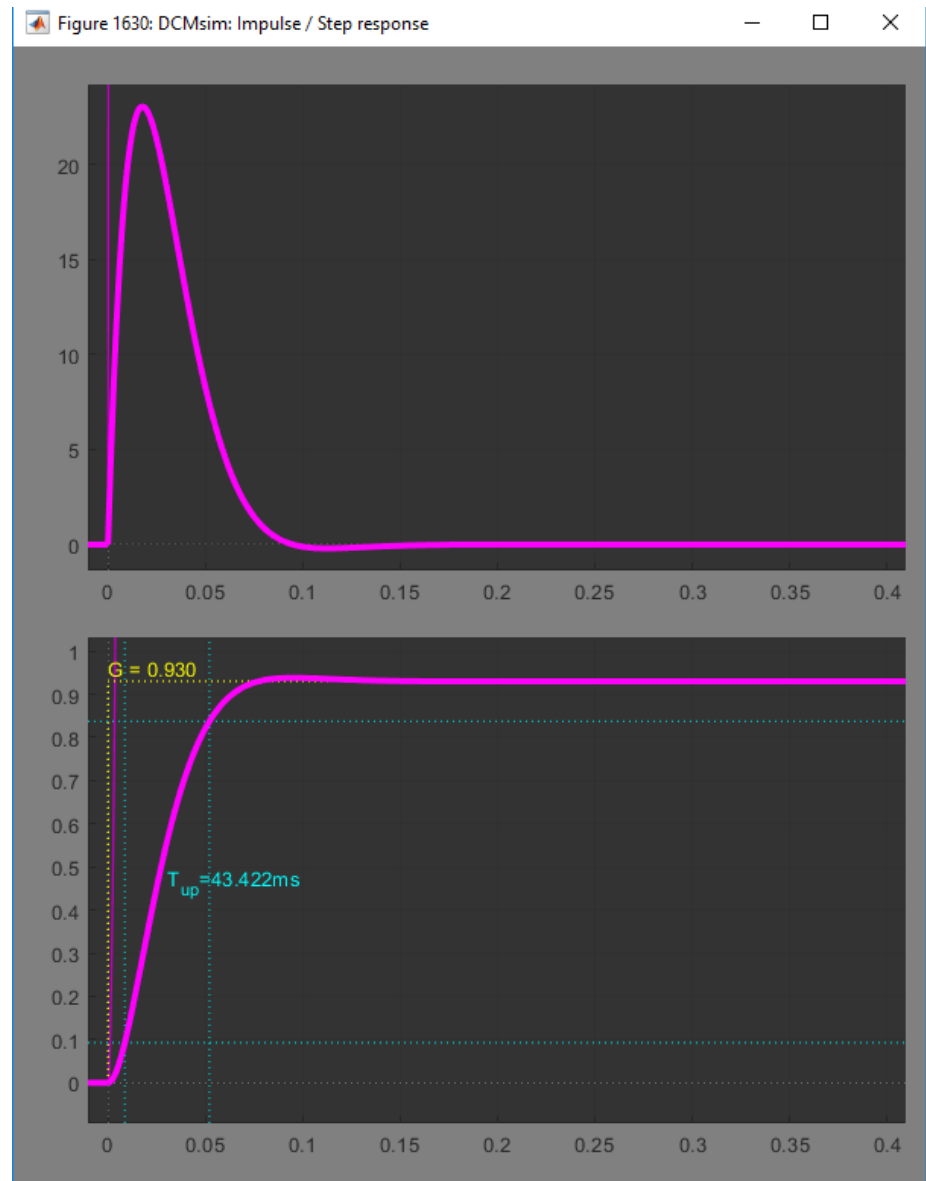


Eredeti rendszer pólusai ○
Zárt rendszer pólusai ●



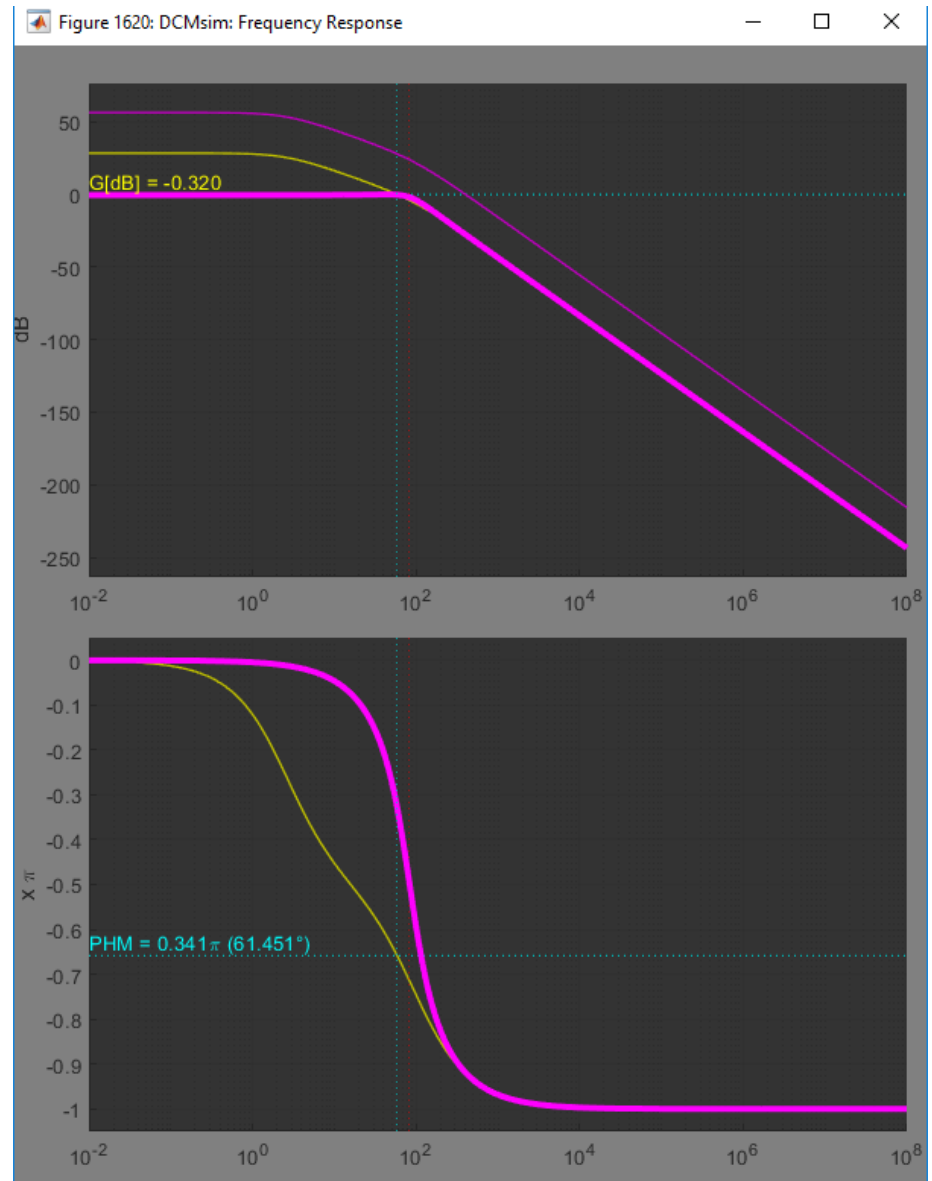
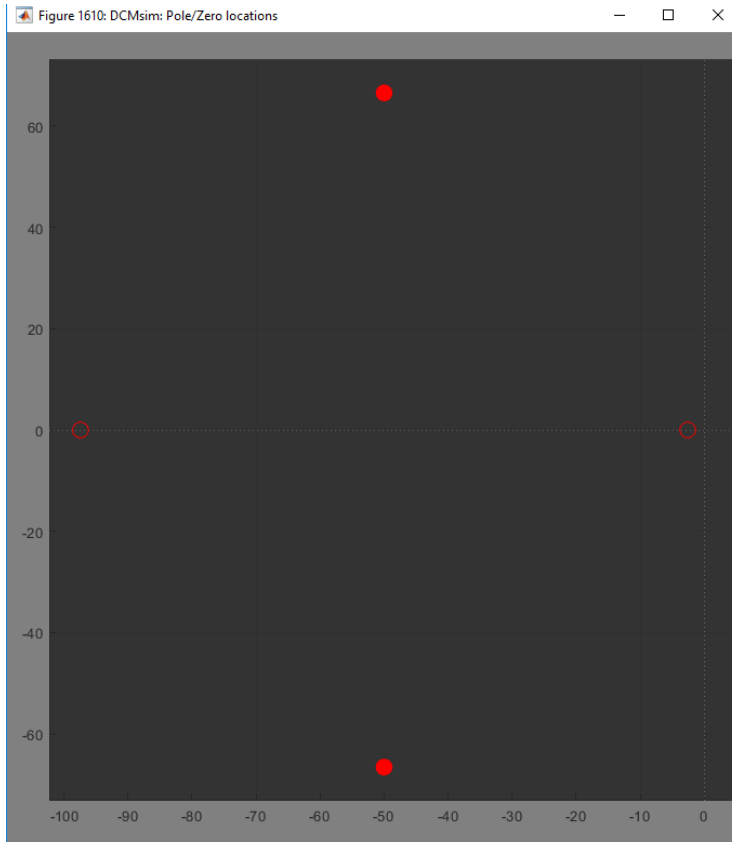
Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.02 \quad G' = 0.930$$



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.04 \quad G' = 0.964$$

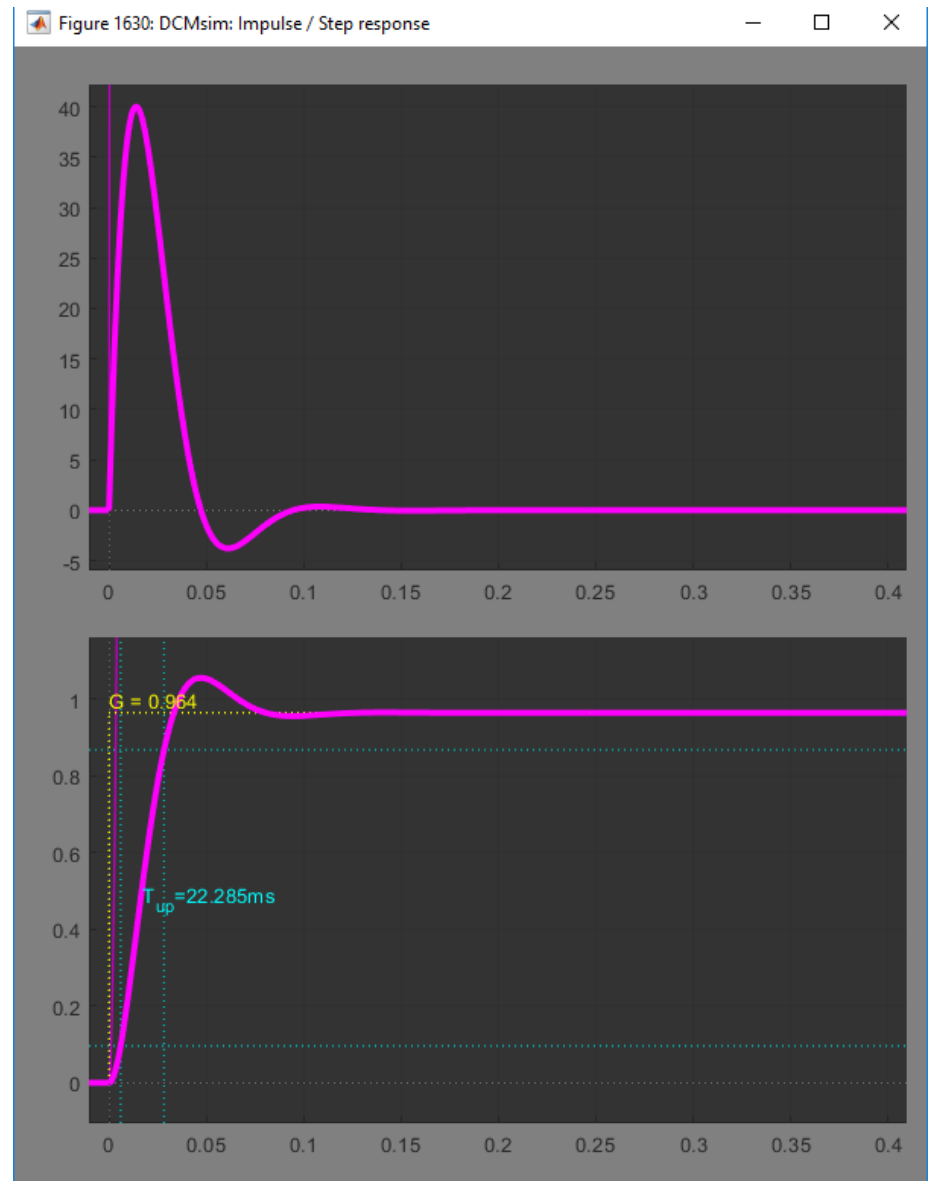


Eredeti rendszer pólusai ○
Zárt rendszer pólusai ●



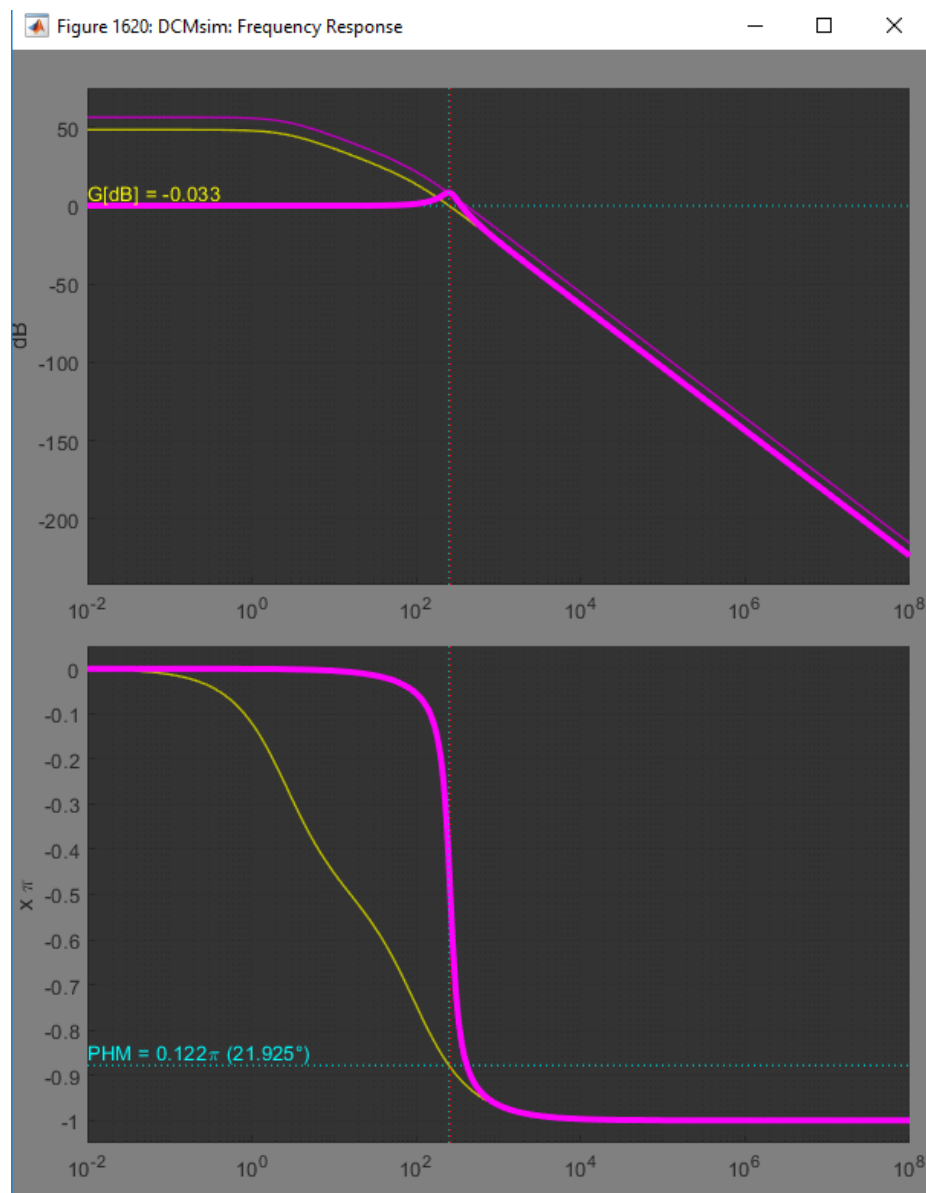
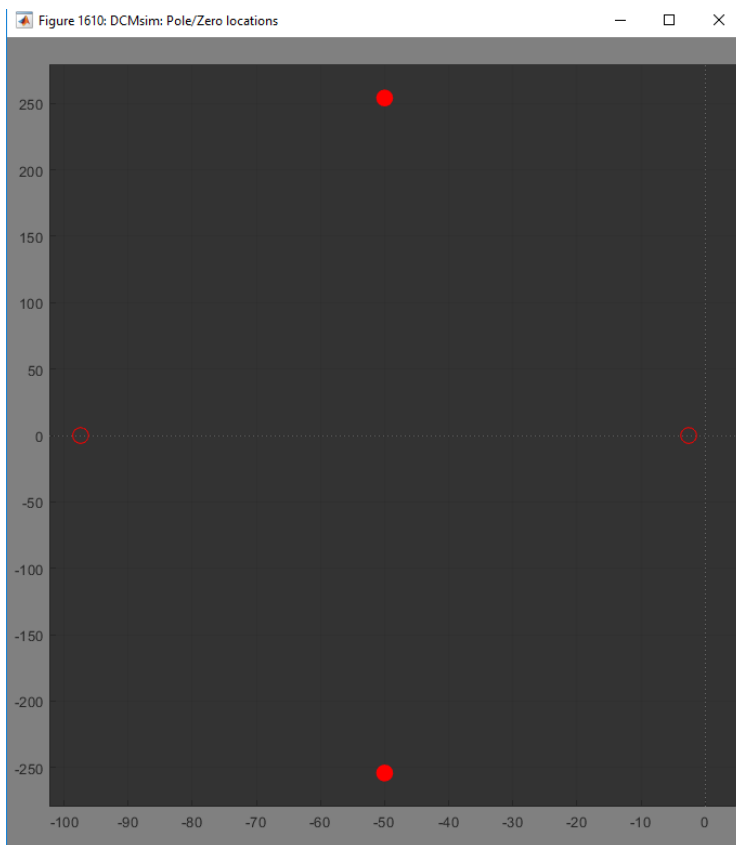
Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.04 \quad G' = 0.964$$



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.40 \quad G' = 0.996$$

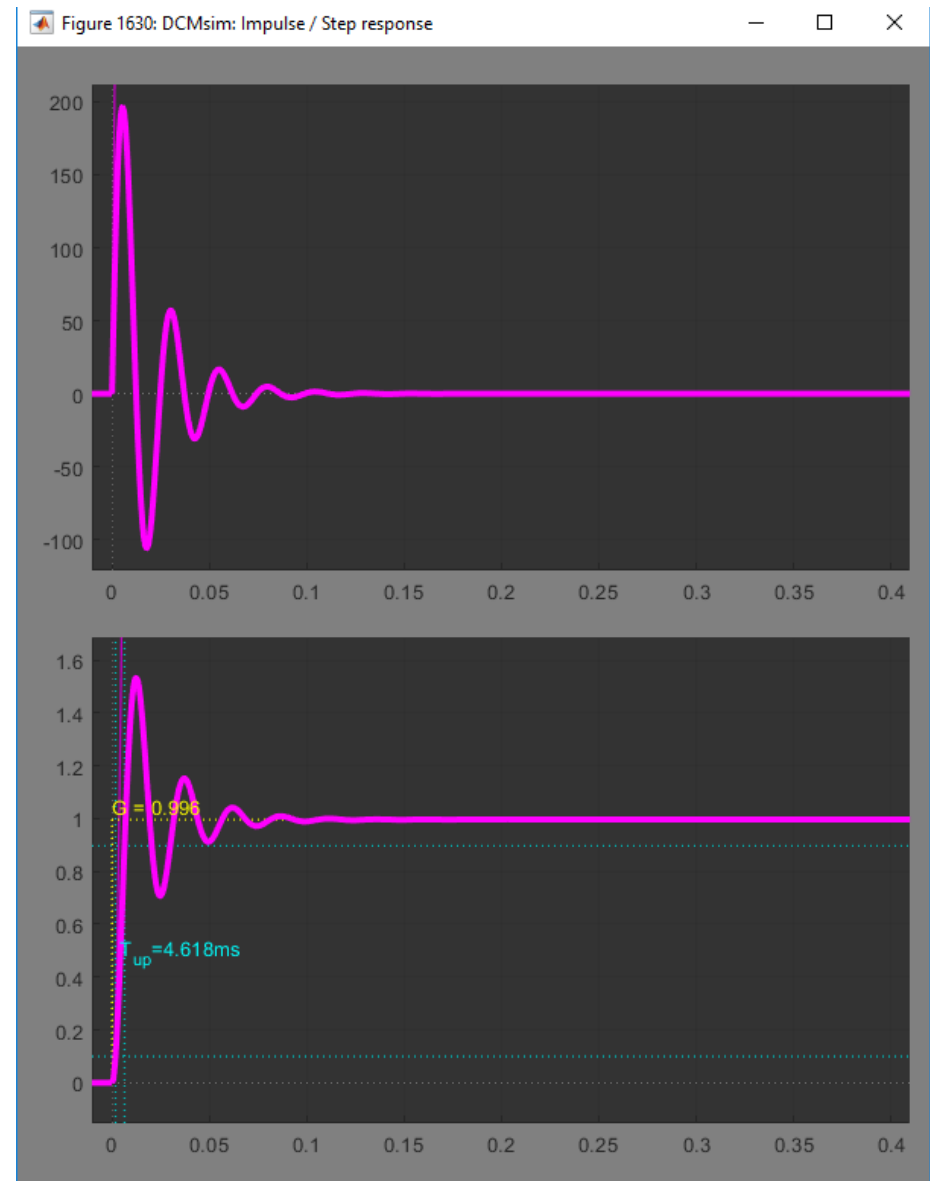


Eredeti rendszer pólusai ○
Zárt rendszer pólusai ●



Arányos fordulatszám-szabályozás

$$C = 0.40 \quad G' = 0.996$$



Egy gyakori szabályozó típus: PID

PID szabályozó

Arányos (**P**roporcionális), **I**ntegráló, **D**ifferenciálós

$$y(t) = A \left[x(t) + T_D \frac{d}{dt} x(t) + \frac{1}{T_I} \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right]$$

P – arányos erősítés
 T_D – differenciálási időállandó
 T_I – integrálási időállandó

Átviteli függvény

$$W_{PID}(s) = A \left[1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right]$$

PI szabályozó

$$W_{PI}(s) = A \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right] = \frac{A}{T_I} \frac{1 + T_I s}{s}$$

(folytonos idejű szabályozók)



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

PI szabályozás

$$W_C(s) = \frac{W_{PI}(s)W_\omega(s)}{1 + W_{PI}(s)W_\omega(s)} = \frac{\frac{A(1 + T_I s)}{T_I s} \frac{G}{1 + bs + as^2}}{1 + \frac{A(1 + T_I s)}{T_I s} \frac{G}{1 + bs + as^2}}$$

$$W_C(s) = \frac{AG(1 + T_I s)}{(1 + bs + as^2)T_I s + AG(1 + T_I s)}$$

$$W_C(s) = \frac{1 + T_I s}{1 + \frac{1 + AG}{AG} T_I s + \frac{b}{AG} T_I s^2 + \frac{a}{AG} T_I s^3}$$

Gain = 1 - statikus
erősítési hiba nincs

Harmadrendű
rendszer

Van zérusa is



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

PI szabályozás

$$W_{\omega}(s) = G \frac{p_1 p_2}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

$W_{\omega}(s)$ alternatív felírási módja: p_1, p_1 a rendszer pólusai

$$W_C(s) = \frac{W_{PI}(s)W_{\omega}(s)}{1 + W_{PI}(s)W_{\omega}(s)} = \frac{\frac{A(1 + T_I s)}{T_I s} \frac{p_1 p_2 G}{(s - p_1)(s - p_2)}}{1 + \frac{A(1 + T_I s)}{T_I s} \frac{p_1 p_2 G}{(s - p_1)(s - p_2)}}$$

$$W_C(s) = \frac{p_1 p_2 A G (1 + T_I s)}{(s - p_1)(s - p_2) T_I s + p_1 p_2 A G (1 + T_I s)}$$

$$W_C(s) = \frac{A G (1 + T_I s)}{\frac{(s - p_1)(s - p_2)}{p_1 p_2} T_I s + A G (1 + T_I s)}$$

$$W_C(s) = \frac{A G (1 + T_I s)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) T_I s + A G (1 + T_I s)}$$



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

PI szabályozás

$$W_C(s) = \frac{AG(1 + T_I s)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) T_I s + AG(1 + T_I s)}$$

Válasszuk meg T_I -t olyan módon, hogy egyszerűsítenünk lehessen a $(1 + T_I s)$ tényezővel. Ez teljesül, ha a pólusok *valósak* és

$$1 + T_I s = 1 - \frac{s}{p_1} \quad \text{vagy} \quad 1 + T_I s = 1 - \frac{s}{p_2}$$

azaz

$$T_I = -\frac{1}{p_1} \quad \text{vagy} \quad T_I = -\frac{1}{p_2}$$



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

$$W_C(s) = \frac{AG(1 + T_I s)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) T_I s + AG(1 + T_I s)} \quad \text{és legyen} \quad T_I = -\frac{1}{p_1}$$

$$W_C(s) = \frac{AG \left(1 - \frac{s}{p_1}\right)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) T_I s + AG \left(1 - \frac{s}{p_1}\right)} = \frac{AG}{\left(1 - \frac{s}{p_2}\right) T_I s + AG}$$

$$W_C(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I}{AG} s - \frac{T_I}{p_2 AG} s^2}$$

$$W_C(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I}{AG} s - \frac{T_I}{p_1 AG} s^2}$$

A zárthurkú rendszer másodrendű, pólusai könnyen kiszámíthatók.



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

Az eljárás neve: pólus-zérus törlés (pole-zero cancellation).

A másik pólusra elvégezve hasonló eredményt kapunk, azaz p_1, p_2 pólusokra sorra

$$W_C(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I}{AG} s - \frac{T_I}{p_2 AG} s^2}$$

$$W_C(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I}{AG} s - \frac{T_I}{p_1 AG} s^2}$$

Melyik pólusra célszerű alkalmazni az eljárást?

A szabályozás egyik követelménye a **gyors** beállítás. Ennek érdekében jó stratégia a **leglassúbb** pólus törlése.



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

A beállási idő és a pólus helyének összefüggése:

Elsőrendű stabil rendszer (valós pólus)

$$W(s) = \frac{1}{1 + Ts} \quad p = -\frac{1}{T} \quad T \text{ időállandó}$$
$$v(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad \text{egységugrásra adott válasz}$$

Minél nagyobb T időállandó, a beállítás annál **lassúbb**.

p pólus abszolút értéke minél kisebb, a beállítás annál **lassúbb**.

p pólus minél közelebb van az origóhoz (az imaginárius tengelyhez), a beállítás annál **lassúbb**.



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

$$W_\omega(s) = G \frac{p_1 p_2}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

$$W_\omega(s) = G \frac{1}{1 + bs + as^2}$$

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{k_m}{R_r \mu_m + k_m^2} \\ a &= \frac{J_r R_r}{R_r \mu_m + k_m^2} \\ b &= \frac{J_r R_r + L_r \mu_m}{R_r \mu_m + k_m^2} \end{aligned} \right\} > 0$$

$$as^2 + bs + 1 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

$b^2 > 4a$
valós pólusok

$$p_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} < 0$$

$$p_2 = -\frac{b - \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} < 0$$

$$\begin{aligned} b - \sqrt{b^2 - 4a} &> 0 \\ b^2 &> b^2 - 4a \\ 0 &> -4a \end{aligned}$$

$$p_1 < p_2 \quad |p_1| > |p_2|$$

p_2 pólus közelebb van az origóhoz (az imaginárius tengelyhez),
 p_2 a **lassú** pólus.



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

A pólus-zérus törléssel egyszerűsített visszacsatolt rendszerben egy szabad paraméter marad: az A arányos erősítési tényező.

A meghatározása - azonos elvek alapján, mint az arányos szabályozás esetén:

A kívánt beállási jelleg (túllövés, periodicitás) alapján megfelelő fázistartalék beállítása.

Nem kell foglalkoznunk a statikus hibával:

A szabályozó integráló jellege miatt (1-es típusú rendszer) a statikus hiba 0.



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

Példa:

$$\text{abs}(p_1) = 2.575 \quad \leftarrow \text{lassú pólus}$$

$$\text{abs}(p_2) = 97.425$$

$$T_I = \frac{1}{\text{abs}(p_1)} \cong 0.38835[s]$$

$$T_I = 388.35 \text{ ms} \quad (\text{beállítás})$$

$$A = 0.015 \quad (\text{ad-hoc beállítás})$$

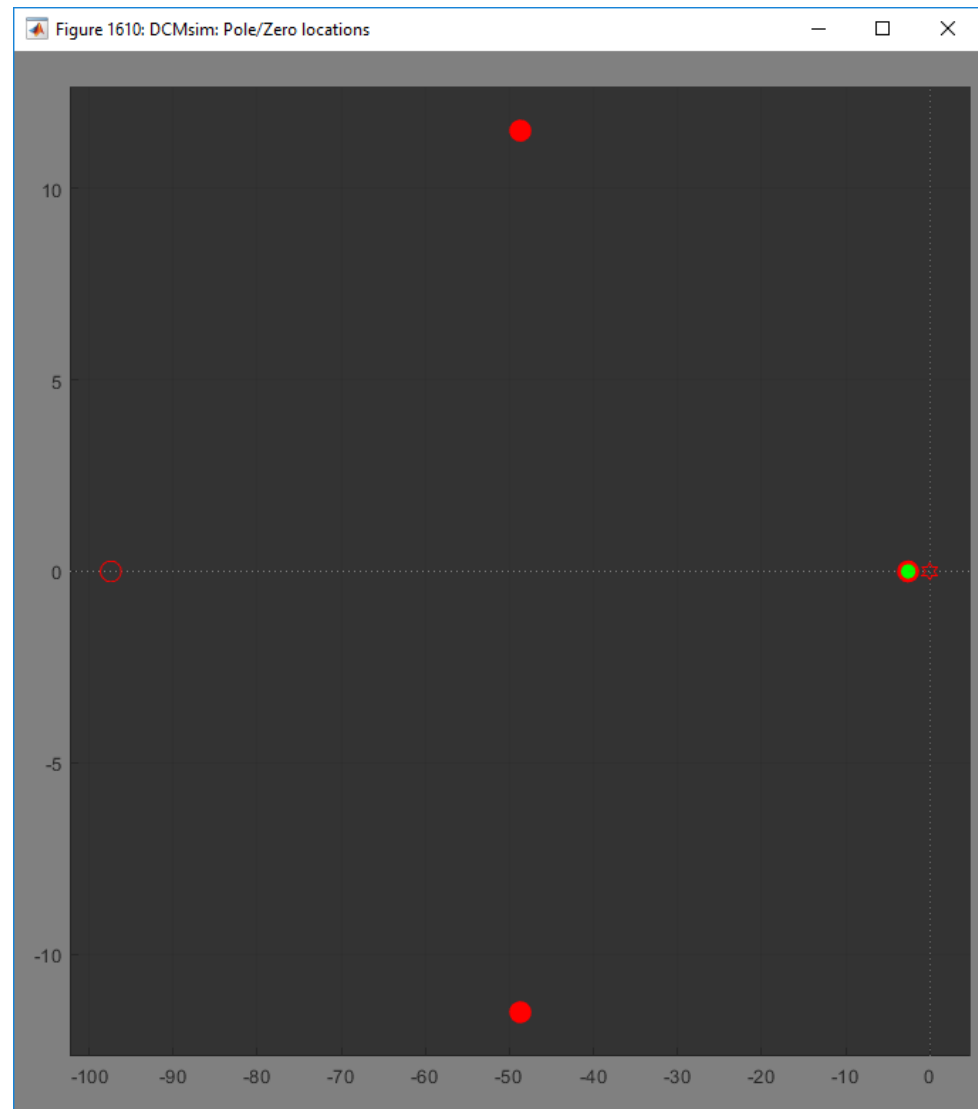
Eredeti rendszer pólusai ○

Zárt rendszer zérusai ●

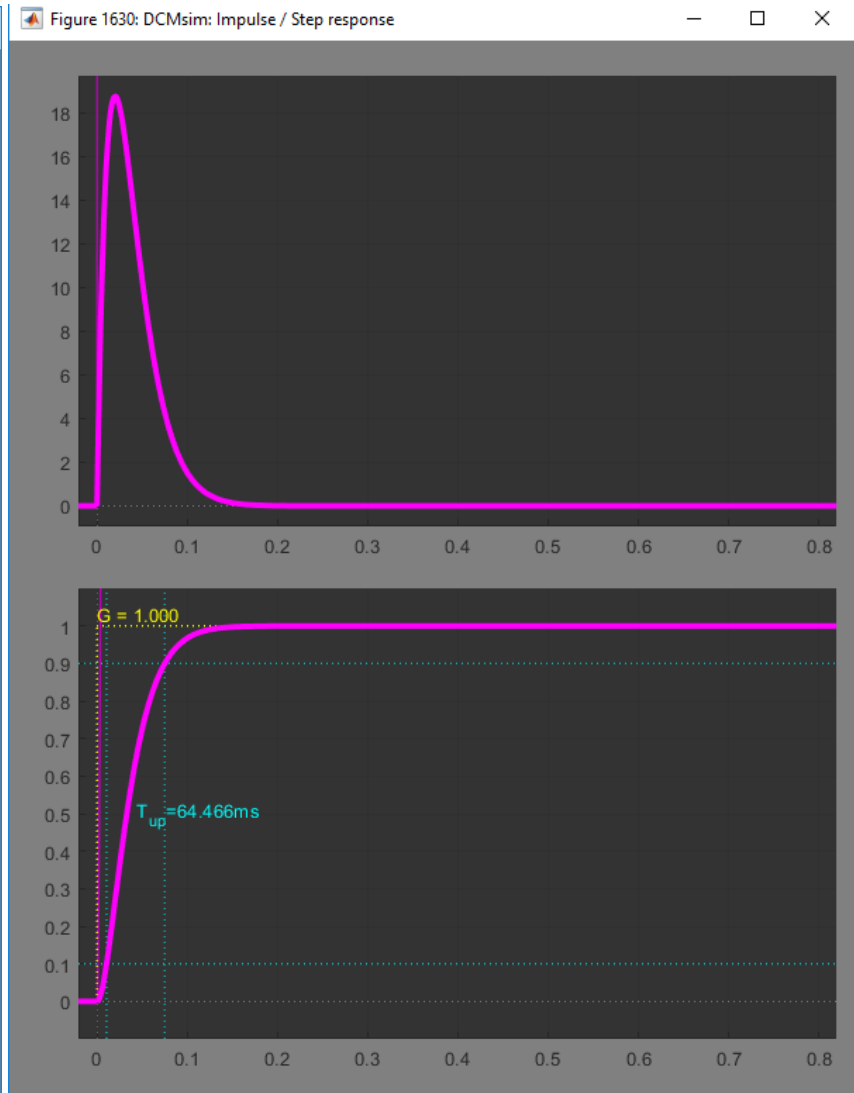
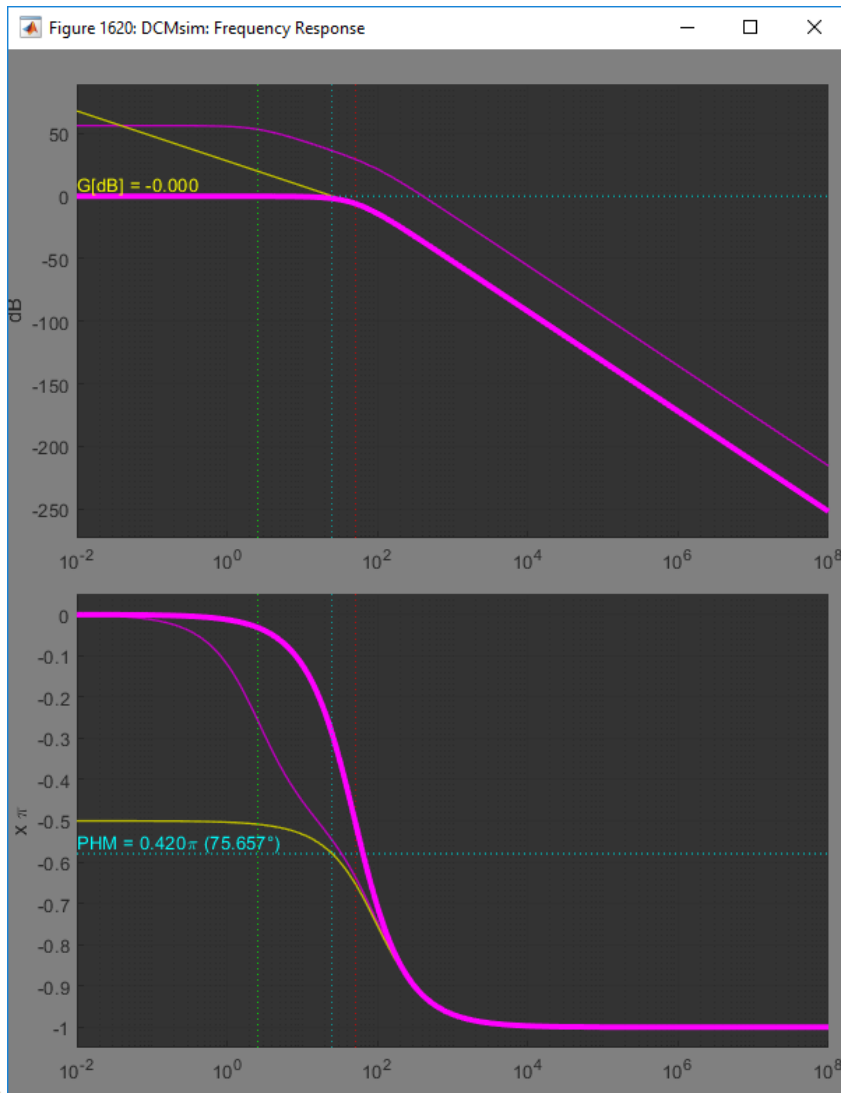
Zárt rendszer pólusai ●

Szabályozó pólusai ☆

Szabályozó zérusai ☆



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

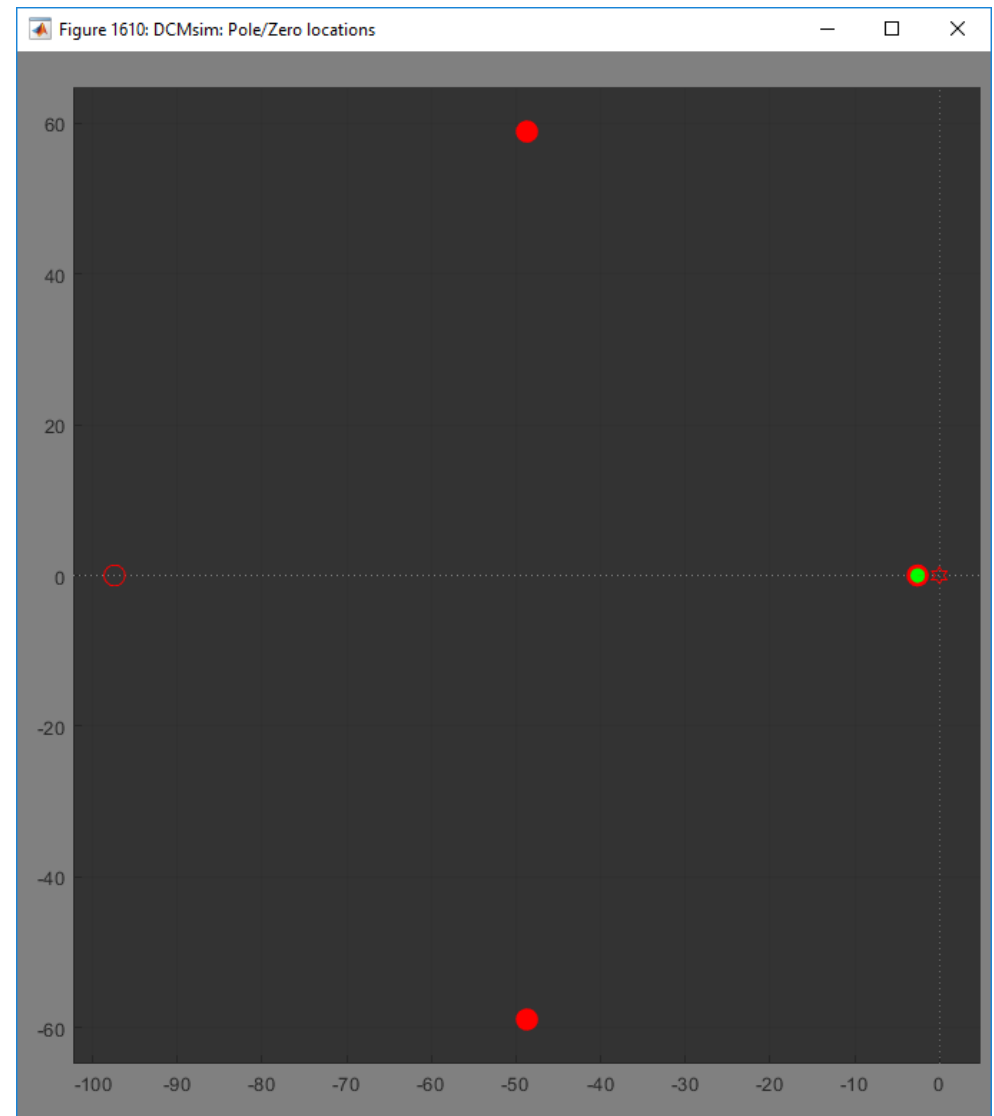


DC motor PI fordulatszám-szabályozás

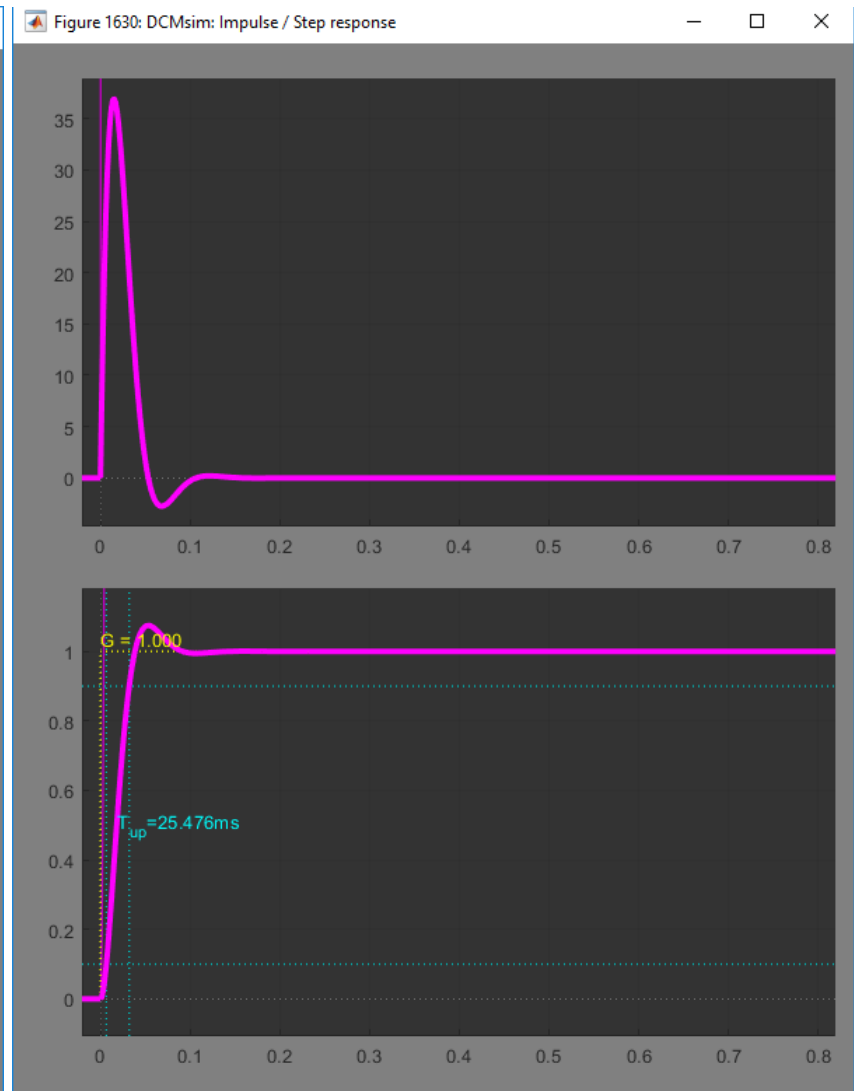
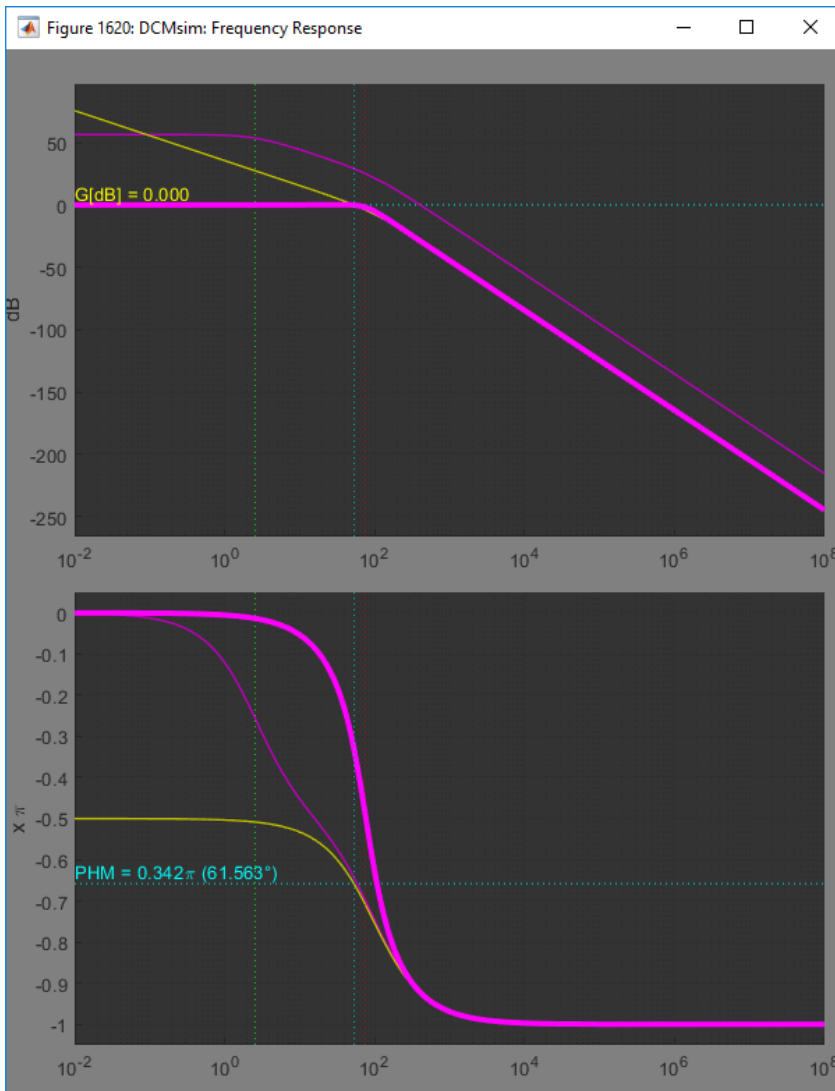
$$T_I = 388.35 \text{ ms}$$

$$A = 0.035$$

- Eredeti rendszer pólusai ○
- Zárt rendszer zérusai ●
- Zárt rendszer pólusai ●
- Szabályozó pólusai ☆
- Szabályozó zérusai ☆



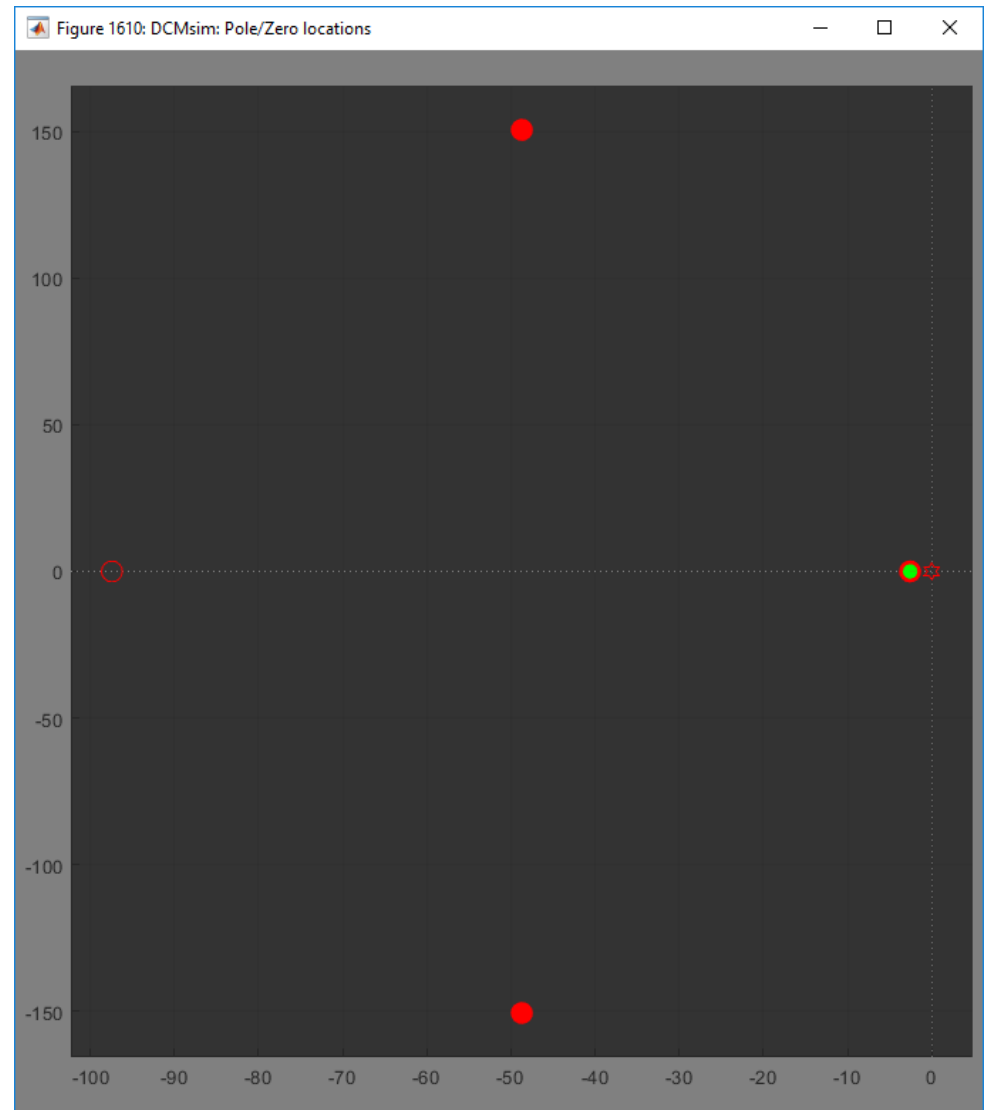
DC motor PI fordulatszám-szabályozás



DC motor PI fordulatszám-szabályozás

$$T_I = 388.35 \text{ ms}$$

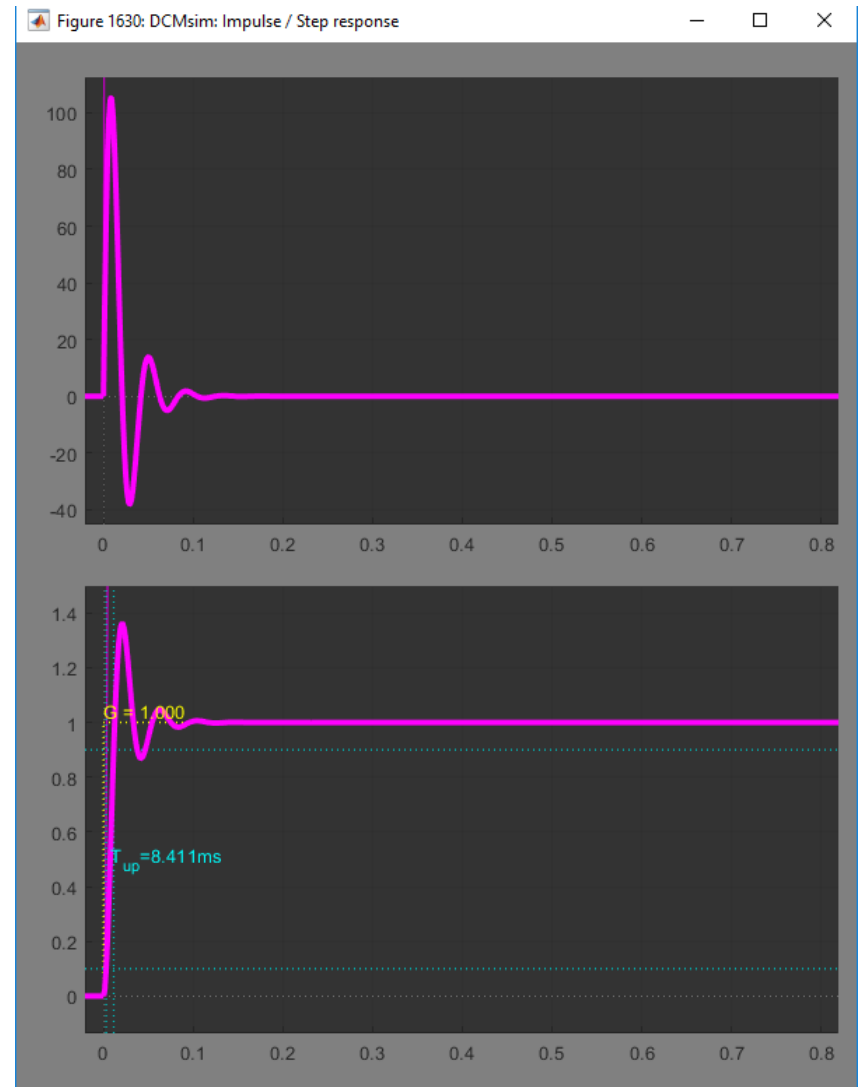
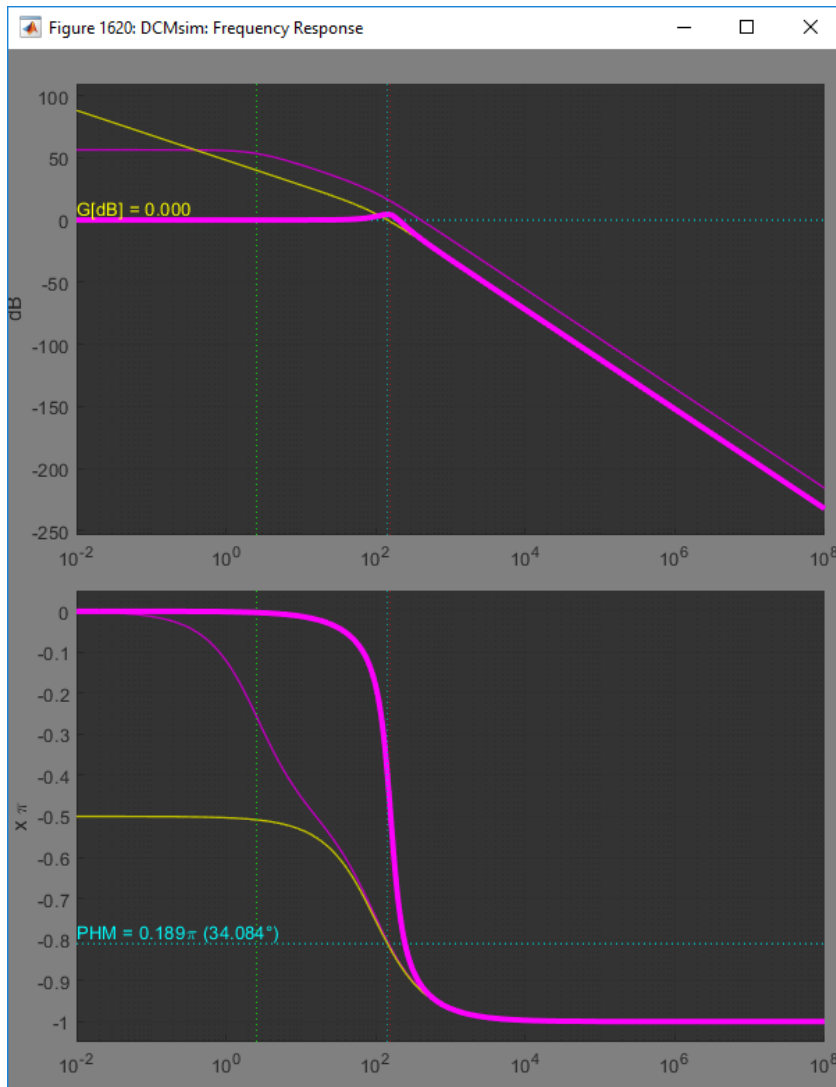
$$A = 0.15$$



- Eredeti rendszer pólusai ○
- Zárt rendszer zérusai ●
- Zárt rendszer pólusai ●
- Szabályozó pólusai ☆
- Szabályozó zérusai ☆



DC motor PI fordulatszám-szabályozás



PID szabályozás digitális megvalósítása

$$y(t) = A \left[x(t) + T_D \frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{T_I} \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right]$$

Diszkretizálás

$$y_k = A \left[x_k + T_D \frac{x_k - x_{k-1}}{T} + \frac{T}{T_I} \sum_{j=-\infty}^k x_j \right] \quad \frac{T_D}{T} = \tau_D \quad \frac{T}{T_I} = \frac{1}{\tau_I}$$

$$y_k = A \left[x_k + \tau_D (x_k - x_{k-1}) + \frac{1}{\tau_I} \sum_{j=-\infty}^k x_j \right]$$

Diszkrét PID szabályozó



PID szabályozás digitális megvalósítása

$$\left. \begin{aligned} y_k &= A \left[x_k + \tau_D(x_k - x_{k-1}) + \frac{1}{\tau_I} \sum_{j=-\infty}^k x_j \right] \\ y_{k-1} &= A \left[x_{k-1} + \tau_D(x_{k-1} - x_{k-2}) + \frac{1}{\tau_I} \sum_{j=-\infty}^{k-1} x_j \right] \end{aligned} \right\} \text{ — Rekurzív forma}$$

$$y_k - y_{k-1} = A \left[x_k + x_{k-1} + \tau_D(x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}) + \frac{x_k}{\tau_I} \right]$$

$$y_k = y_{k-1} + A \left[\left(1 + \tau_D + \frac{1}{\tau_I} \right) x_k + x_{k-1} - (1 + 2\tau_D)x_{k-1} + \tau_D x_{k-2} \right]$$

Rekurzív PI szabályozó

$$y_k = y_{k-1} + A \left[\left(1 + \frac{1}{\tau_I} \right) x_k - x_{k-1} \right]$$



PID szabályozás digitális megvalósítása

PI szabályozó realizálása

$$\longrightarrow y_k = y_{k-1} + A \left[\left(1 + \frac{1}{\tau_I} \right) x_k - x_{k-1} \right]$$

A jelen időponthoz tartozó számított irányító jel

Az irányító jel előző mintavételi időponthoz tartozó értéke

Az ellenőrző jel jelen időponthoz tartozó értéke - alapjel és mért kimeneti jel különbsége

Az előző mintavételi időponthoz tartozó ellenőrző jel érték

Numerikus értékek - a mérés elvégzésével rendelkezésre állnak, a számítás minden ciklusban elvégezhető.



PID szabályozás digitális megvalósítása

Realizálási problémák

„Windup” jelenség – az integrátor kimenete extrém nagy értékeket vehet fel, amelyek nem adhatók ki kimeneti jelként.

Ha a kimeneti jel telítődik, a változások nem jutnak érvényre – a visszacsatolt szabályozási kör felszakad.

Megoldás:

- Felismerni a windup jelenséget.
- Korlátozni az integrátor kimenetének nagy értékre kerülését.
- A szabályozási kör felszakadását megakadályozni, pl. egy akár gyengébb minőségű proporcionális szabályozás alkalmazásából, amely kivezeti a kört a telítődésből.
- Speciális „anti-windup” megoldások alkalmazása (l. a szakirodalomban).



DC motor fordulatszám-szabályozás

További fordulatszám-szabályozási módszerek:

- Optimális szabályozások: lineáris kvadratikus szabályozás (LQ).
- Robusztus szabályozások: figyelembe veszik a paraméter-bizonytalanságokat.
- Nemlineáris szabályozások: figyelembe veszik a motor nemlineáris tulajdonságait (súrlódás, egyenetlenségek, játék, a vas nemlineáris mágnesezési tulajdonságai).

A motor nemlineáris viselkedéséből eredő problémák: a gyakorlati példákon keresztül láthatjuk.



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Dr. Soumelidis Alexandros



email: soumelidis@sztaki.hu



BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR
32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG