Automatikus fedélzeti irányítórendszerek előadás Bauer Péter / 2.

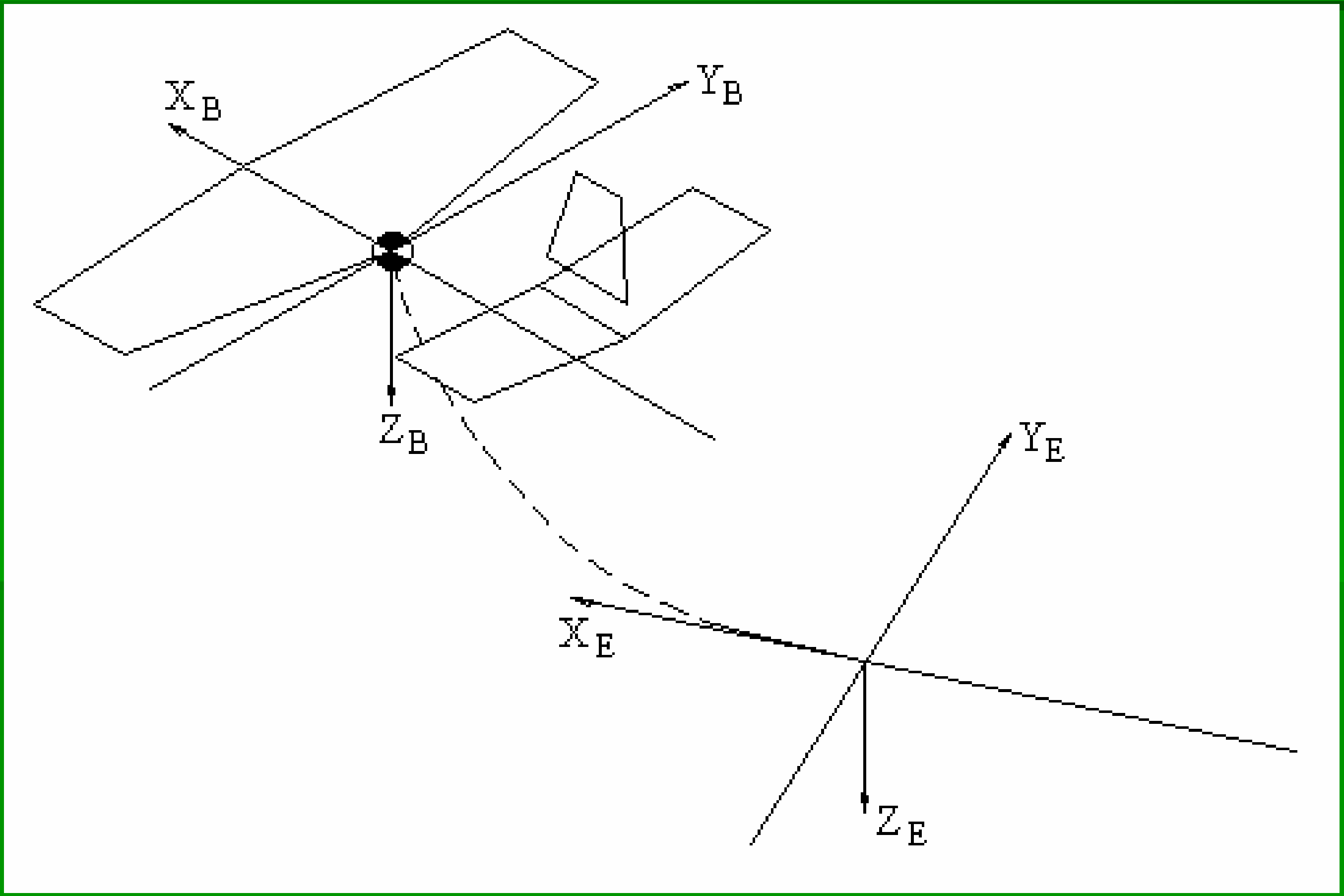
1. Nemlineáris mozgásegyenletek
2. Linearizált mozgásegyenletek
3. F-16 repülőgép lineáris hosszdinamikai modellje

Deriválás forgó rendszerben (differentiation in rotating coord. sys.)

$$\underbrace{\frac{d}{dt}(\;)}_{\text{abszolút}} = \underbrace{\frac{\delta}{\delta t}(\;)}_{\text{relatív}} + \underbrace{\underline{\omega} \times (\;)}_{\text{szállító}}$$

Nemlineáris mozgásegyenletek 1.

Levezetés test rendszerben a rendszer origóját a gép súlypontjába helyezve:



Nemlineáris mozgásegyenletek 2.

Impulzustétel (principle of linear momentum):

$$\underline{F} = \frac{d}{dt}\left(m\underline{V}\right)$$

Perdülettétel (principle of angular momentum):

$$\underline{M} = \frac{d}{dt}\underline{\pi} = \frac{d}{dt}\left(J\underline{\omega}\right) \quad J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Nemlineáris mozgásegyenletek 3.

Impulzustétel (principle of linear momentum):

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + T_{EB}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m \cdot g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = m\left(\frac{\delta \underline{V}}{\delta t} + \underline{\omega} \times \underline{V} \right)$$

Perdülettétel (principle of angular momentum):

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = J\frac{\delta \underline{\omega}}{\delta t} + \underline{\omega} \times \left(J\underline{\omega} \right) = J\frac{\delta \underline{\omega}}{\delta t} + \Omega J\underline{\omega}$$

Nemlineáris mozgásegyenletek 4.

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -m\Omega \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} -\Omega J \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + T_{EB} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m \cdot g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Linearizálás a kis megzavarások módszerével 1.

$$m\dot{u} = mRv - mQw + F_x + G_x + T$$

$$u = u_0 + \Delta u \quad v = v_0 + \Delta v \quad w = w_0 + \Delta w$$

$$R = R_0 + \Delta R \quad Q = Q_0 + \Delta Q$$

$$F_x = F_{x0} + \Delta F_x \quad G_x = G_{x0} + \Delta G_x \quad T = T_0 + \Delta T$$

$$m\Delta\dot{u} = m\left(R_0 + \Delta R\right)\left(v_0 + \Delta v\right) - m\left(Q_0 + \Delta Q\right)\left(w_0 + \Delta w\right) +$$
$$+ F_{x0} + \Delta F_x + G_{x0} + \Delta G_x + T_0 + \Delta T$$

$$0 = mR_0 v_0 - mQ_0 w_0 + F_{x0} + G_{x0} + T_0 \quad \text{egyensúlyi pont}$$

$$m\Delta\dot{u} = mR_0\Delta v + mv_0\Delta R - mQ_0\Delta w - mw_0\Delta Q +$$
$$+ \Delta F_x + \Delta G_x + \Delta T$$

Linearizálás a kis megzavarások módszerével 2.

1. $m\Delta\dot{u} = mR_0\Delta v + mv_0\Delta R - mQ_0\Delta w - mw_0\Delta Q + \Delta F_x + \Delta G_x + \Delta T$

2. $m\Delta\dot{v} = mP_0\Delta w + mw_0\Delta P - mR_0\Delta u - mu_0\Delta R + \Delta F_y + \Delta G_y$

3. $m\Delta\dot{w} = mQ_0\Delta u + mu_0\Delta Q - mP_0\Delta v - mv_0\Delta P + \Delta F_z + \Delta G_z$

4. $I_{xx}\Delta\dot{P} - I_{xz}\Delta\dot{R} = -I_{xz}Q_0\Delta P - I_{xz}P_0\Delta Q - I_{yy}R_0\Delta Q - I_{yy}Q_0\Delta R +$

$+ I_{zz}Q_0\Delta R + I_{zz}R_0\Delta Q + \Delta L$

5. $I_{yy}\Delta\dot{Q} = 2I_{xz}P_0\Delta P - 2I_{xz}R_0\Delta R + I_{xx}R_0\Delta P + I_{xx}P_0\Delta R +$

$- I_{zz}P_0\Delta R - I_{zz}R_0\Delta P + \Delta M$

6. $I_{zz}\Delta\dot{R} - I_{xz}\Delta\dot{P} = -I_{xx}Q_0\Delta P - I_{xx}P_0\Delta Q + I_{yy}P_0\Delta Q + I_{yy}Q_0\Delta P +$

$+ I_{xz}Q_0\Delta R + I_{xz}R_0\Delta Q + \Delta N$

Linearizálás a kis megzavarások módszerével 3.

$$\Delta F_x = \underbrace{\frac{\partial F_x}{\partial u}}_{X_u}\Delta u + \underbrace{\frac{\partial F_x}{\partial w}}_{X_w}\Delta w + \underbrace{\frac{\partial F_x}{\partial \delta_e}}_{X_{\delta_e}}\Delta \delta_e$$

$$\Delta F_y = f\left(\Delta v \quad \Delta P \quad \Delta R \quad \Delta \delta_r\right)$$

$$\Delta F_z = f\left(\Delta u \quad \Delta w \quad \Delta Q \quad \Delta \delta_e\right)$$

$$\Delta L = f\left(\Delta v \quad \Delta P \quad \Delta R \quad \Delta \delta_r \quad \Delta \delta_a\right)$$

$$\Delta M = f\left(\Delta u \quad \Delta w \quad \Delta Q \quad \Delta \delta_e\right)$$

$$\Delta N = f\left(\Delta v \quad \Delta P \quad \Delta R \quad \Delta \delta_r \quad \Delta \delta_a\right)$$

Longitudinális és Laterális egyenletek 1.

$$Lo1.\quad m\Delta\dot{u} = -mQ_0\Delta w - mw_0\Delta Q + \Delta F_x + \Delta G_x + \Delta T$$

$$Lo2.\quad m\Delta\dot{w} = mQ_0\Delta u + mu_0\Delta Q + \Delta F_z + \Delta G_z$$

$$Lo3.\quad I_{yy}\Delta\dot{Q} = \Delta M$$

$$Lat1.\quad m\Delta\dot{v} = -mu_0\Delta R + mw_0\Delta P + \Delta F_y + \Delta G_y$$

$$Lat2.\quad I_{xx}\Delta\dot{P} - I_{xz}\Delta\dot{R} = \Delta L$$

$$Lat3.\quad I_{zz}\Delta\dot{R} - I_{xz}\Delta\dot{P} = \Delta N$$

Longitudinális és Laterális egyenletek 2.

$$G^B = \begin{bmatrix} -\sin\theta \cdot m \cdot g \\ \sin\phi\cos\theta \cdot m \cdot g \\ \cos\phi\cos\theta \cdot m \cdot g \end{bmatrix} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin\theta_0 \cdot m \cdot g \\ 0 \\ \cos\theta_0 \cdot m \cdot g \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} G_{x_0} \\ G_{y_0} \\ G_{z_0} \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\cos\theta_0 \cdot m \cdot g \cdot \Delta\theta \\ \cos\theta_0 \cdot m \cdot g \cdot \Delta\phi \\ -\sin\theta_0 \cdot m \cdot g \cdot \Delta\theta \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} \Delta G_x \\ \Delta G_y \\ \Delta G_z \end{bmatrix}}$$

Longitudinális és Laterális egyenletek 3.

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{u}\\ \Delta\dot{w}\\ \Delta\dot{Q}\\ \Delta\dot{\theta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial u} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial w} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial Q}-w_0 & -\cos\theta_0\cdot g\\ \frac{1}{m}\frac{\partial F_z}{\partial u} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_z}{\partial w} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_z}{\partial Q}+u_0 & -\sin\theta_0\cdot g\\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial u} & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial w} & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial Q} & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta u\\ \Delta w\\ \Delta Q\\ \Delta\theta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial\delta_e} & 1\\ \frac{1}{m}\frac{\partial F_z}{\partial\delta_e} & 0\\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial\delta_e} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_e\\ \Delta T\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}I_{xx}\Delta\dot{P}-I_{xz}\Delta\dot{R}&=\Delta L\\ I_{zz}\Delta\dot{R}-I_{xz}\Delta\dot{P}&=\Delta N\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{bmatrix}\Delta\dot{P}\\ \Delta\dot{R}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I_1 & I_2\\ I_2 & I_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta L\\ \Delta N\end{bmatrix}$$

$$I_1=\frac{-I_{zz}}{-I_{xx}I_{zz}+I_{xz}^2}\qquad I_2=\frac{-I_{xz}}{-I_{xx}I_{zz}+I_{xz}^2}\qquad I_3=\frac{-I_{xx}}{-I_{xx}I_{zz}+I_{xz}^2}$$

Longitudinális és Laterális egyenletek 4.

$$\dot{\phi} = P + tg\,\theta \cos\phi R \qquad \dot{\psi} = \frac{\cos\phi}{\cos\theta} R \quad \Rightarrow \quad \dot{\phi} = P_0 + \Delta P + \left(tg\,\theta_0 \cos\phi_0 - tg\,\theta_0 \sin\phi_0 \Delta\phi\right)\left(R_0 + \Delta R\right) \qquad \dot{\psi} = \left(\frac{\cos\phi_0}{\cos\theta_0} - \frac{\sin\phi_0}{\cos\theta_0}\Delta\phi\right)\left(R_0 + \Delta R\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta\dot{\phi} = \Delta P + tg\,\theta_0 \Delta R \qquad \Delta\dot{\psi} = \frac{\cos\phi_0}{\cos\theta_0}\Delta R$$

$$\theta = \theta_0 = const \quad \phi_0 = 0 \quad \psi_0 = 0 \quad P_0 = 0 \quad R_0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{v} \\ \Delta\dot{P} \\ \Delta\dot{R} \\ \Delta\dot{\phi} \\ \Delta\dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial P} + w_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial R} - u_0 & g\cos\theta_0 & 0 \\ I_1\frac{\partial L}{\partial v} + I_2\frac{\partial N}{\partial v} & I_1\frac{\partial L}{\partial P} + I_2\frac{\partial N}{\partial P} & I_1\frac{\partial L}{\partial R} + I_2\frac{\partial N}{\partial R} & 0 & 0 \\ I_2\frac{\partial L}{\partial v} + I_3\frac{\partial N}{\partial v} & I_2\frac{\partial L}{\partial P} + I_3\frac{\partial N}{\partial P} & I_2\frac{\partial L}{\partial R} + I_3\frac{\partial N}{\partial R} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & tg\,\theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos\theta_0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta P \\ \Delta R \\ \Delta\phi \\ \Delta\psi \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_r} & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_a} \\ I_1\frac{\partial L}{\partial \delta_r} + I_2\frac{\partial N}{\partial \delta_r} & I_1\frac{\partial L}{\partial \delta_a} + I_2\frac{\partial N}{\partial \delta_a} \\ I_2\frac{\partial L}{\partial \delta_r} + I_3\frac{\partial N}{\partial \delta_r} & I_2\frac{\partial L}{\partial \delta_a} + I_3\frac{\partial N}{\partial \delta_a} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_r \\ \Delta\delta_a \end{bmatrix}$$

Speciális longitudinális módok (mozgásformák) 1.

1. *Phugoid mód*: konstans állásszög, változó sebesség és bólintási szög (sebesség, magasság lengés) (bólintási szög a test koordináta rendszer vízszintessel bezárt szöge):

$$\Delta u, \quad \Delta\alpha \approx \Delta w / u_0 \rightarrow \Delta w = 0$$

$$\Delta\dot{\theta} = Q$$

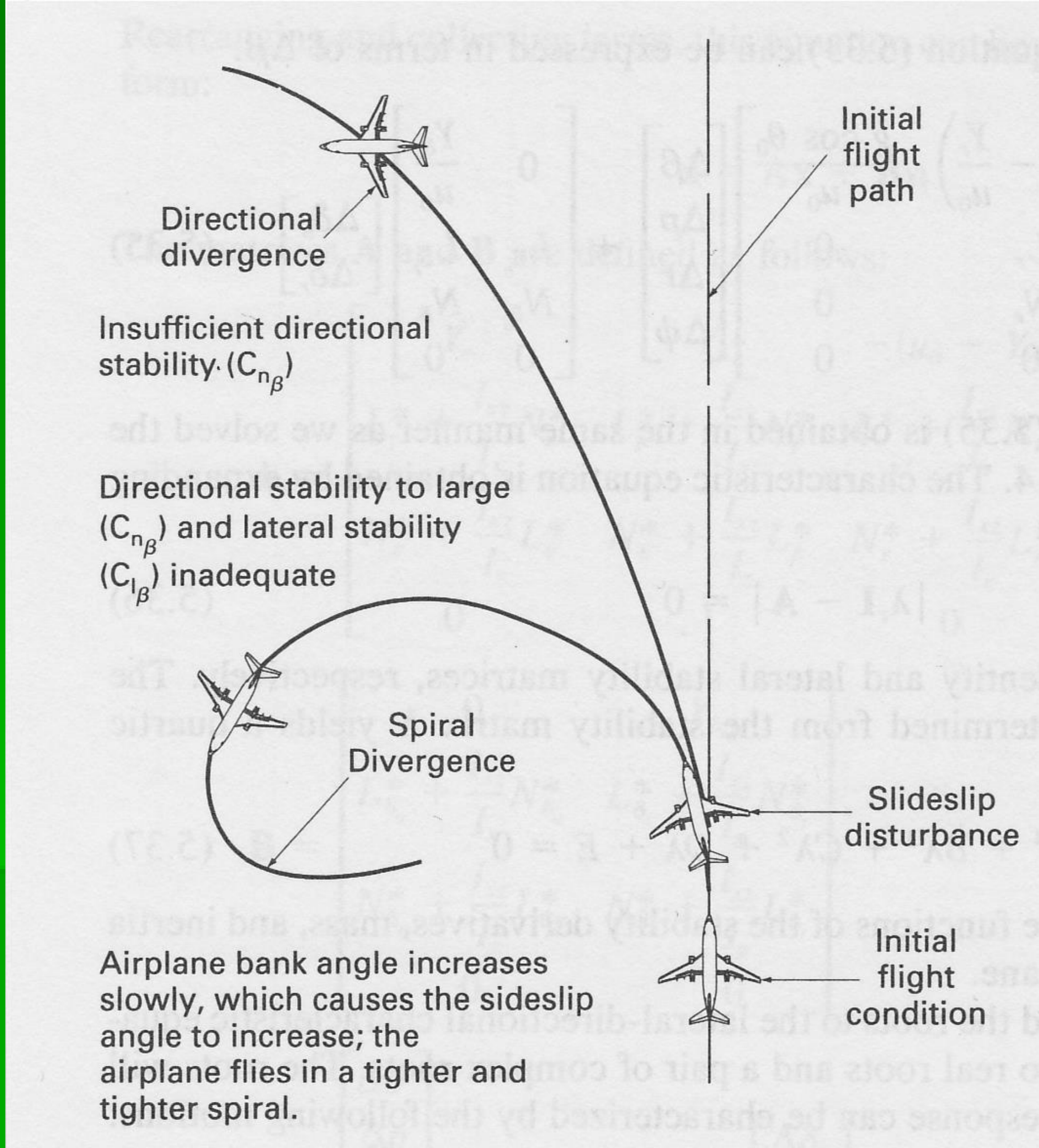
Speciális longitudinális módok (mozgásformák) 2.

3. *Rövid periódusú mód*: állásszög, bólintási szög lengés (Lo 2-3)

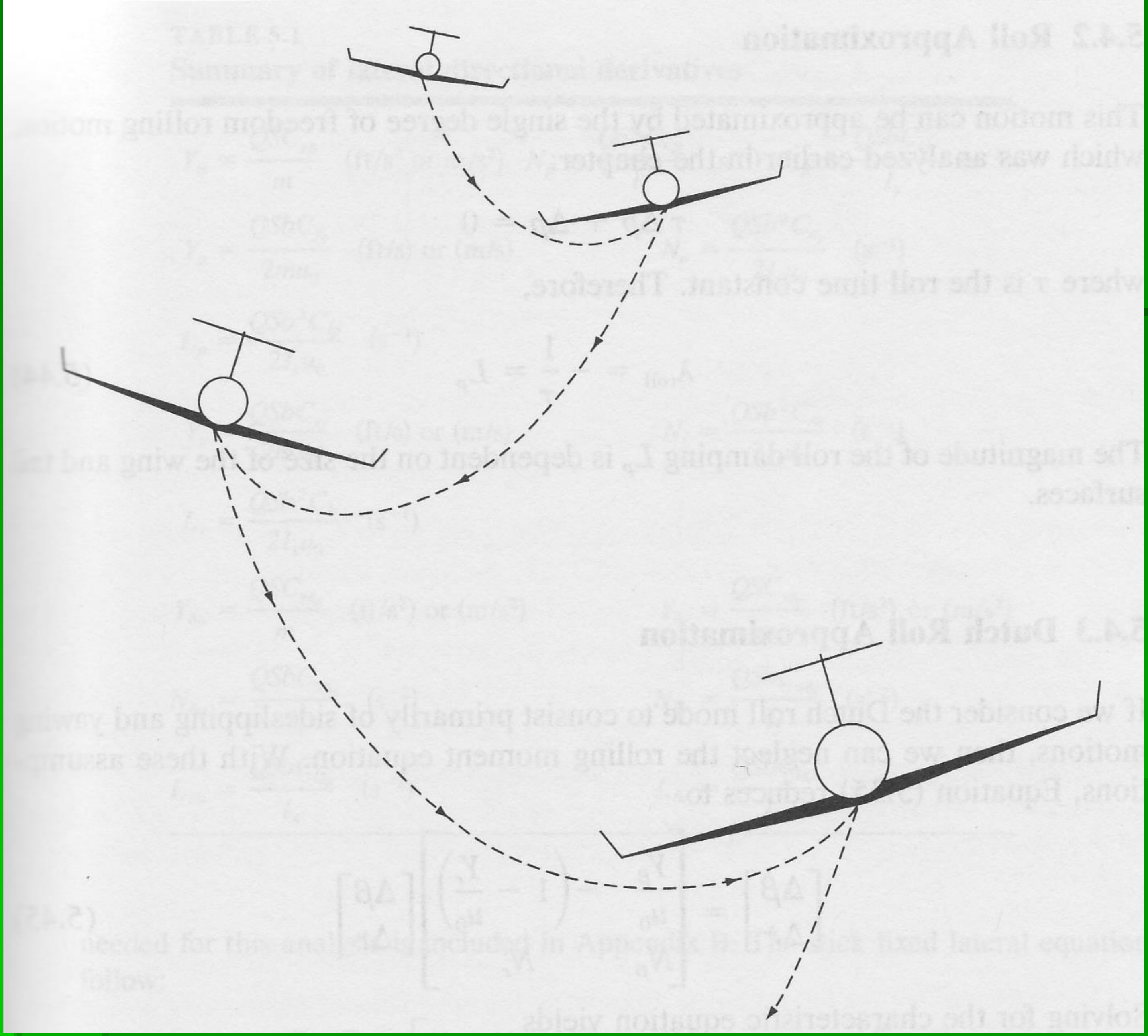
Speciális laterális módok (mozgásformák) 1.

1. Spirál mód: függőleges tengely körüli forgás és csúszás
2. Dutch roll mód: hossz és függőleges tengely körüli forgás

Spirál mód


Initial flight path
Directional divergence
Insufficient directional stability (C$_{n_\beta}$)
Directional stability to large (C$_{n_\beta}$) and lateral stability (C$_{l_\beta}$) inadequate
Spiral Divergence
Slideslip disturbance
Initial flight condition
Airplane bank angle increases slowly, which causes the sideslip angle to increase; the airplane flies in a tighter and tighter spiral.

Dutch roll mód



F-16 típusú repülőgép longitudinális egyenleteinek felírása a nemlineáris modellből

Alap tömeg és geometriai adatok

$$S = 27{,}87 m^2$$

$$m = 9298{,}59 kg$$

$$\bar{c} = 3{,}45 m$$

$$I_y = 75674 kgm^2$$

$$g = 9{,}80665$$

$$\rho = 1{,}225 \frac{kg}{m^3}$$

$$V = 136 \frac{m}{s} = 489{,}6 \frac{km}{h}$$

Aerodinamikai modell 1.

$$C_{X,t} = C_X(\alpha,\beta,\delta_h) + \Delta C_{X,lef}\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right) + \Delta C_{X,sb}(\alpha)\left(\frac{\delta_{sb}}{60}\right)$$
$$+ \frac{\bar{c}q}{2V}\left[C_{X_q}(\alpha) + \Delta C_{X_{q,lef}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right)\right]$$

$$\Delta C_{X,lef} = C_{X,lef}(\alpha,\beta) - C_X\left(\alpha,\beta,\delta_h = 0^o\right)$$

$$C_{Z,t} = C_Z(\alpha,\beta,\delta_h) + \Delta C_{Z,lef}\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right) + \Delta C_{Z,sb}(\alpha)\left(\frac{\delta_{sb}}{60}\right)$$
$$+ \frac{\bar{c}q}{2V}\left[C_{Z_q}(\alpha) + \Delta C_{Z_{q,lef}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right)\right]$$

$$\Delta C_{Z,lef} = C_{Z,lef}(\alpha,\beta) - C_Z\left(\alpha,\beta,\delta_h = 0^o\right)$$

$$C_{m,t} = C_m(\alpha,\beta,\delta_h)\eta_{\delta_h}(\delta_h) + C_{Z,t}(x_{cg,ref} - x_{cg}) + \Delta C_{m,lef}\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right)$$
$$+ \Delta C_{m,sb}(\alpha)\left(\frac{\delta_{sb}}{60}\right) + \frac{\bar{c}q}{2V}\left[C_{m_q}(\alpha) + \Delta C_{m_{q,lef}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{lef}}{25}\right)\right]$$
$$+ \Delta C_m(\alpha) + \Delta C_{m,ds}(\alpha,\delta_h)$$

$$\Delta C_{m,lef} = C_{m,lef}(\alpha,\beta) - C_m\left(\alpha,\beta,\delta_h = 0^o\right)$$

Nguyen et al.: Simulator study of stall/post stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability (NASA Technical Paper 1538)

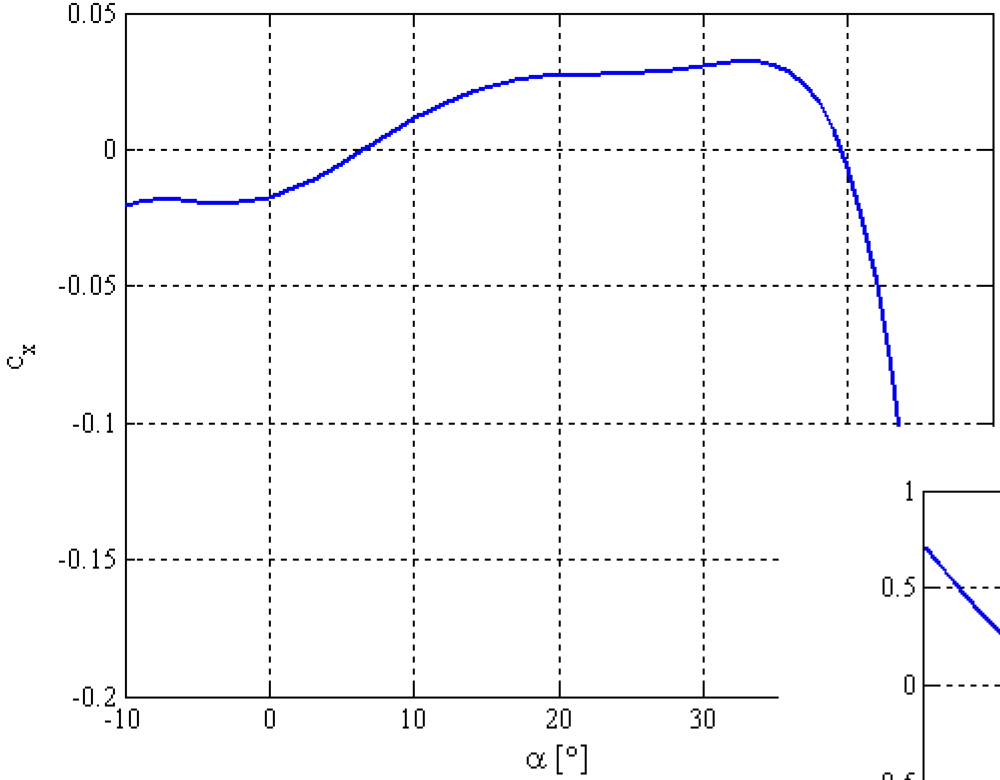
Aerodinamikai modell 2.

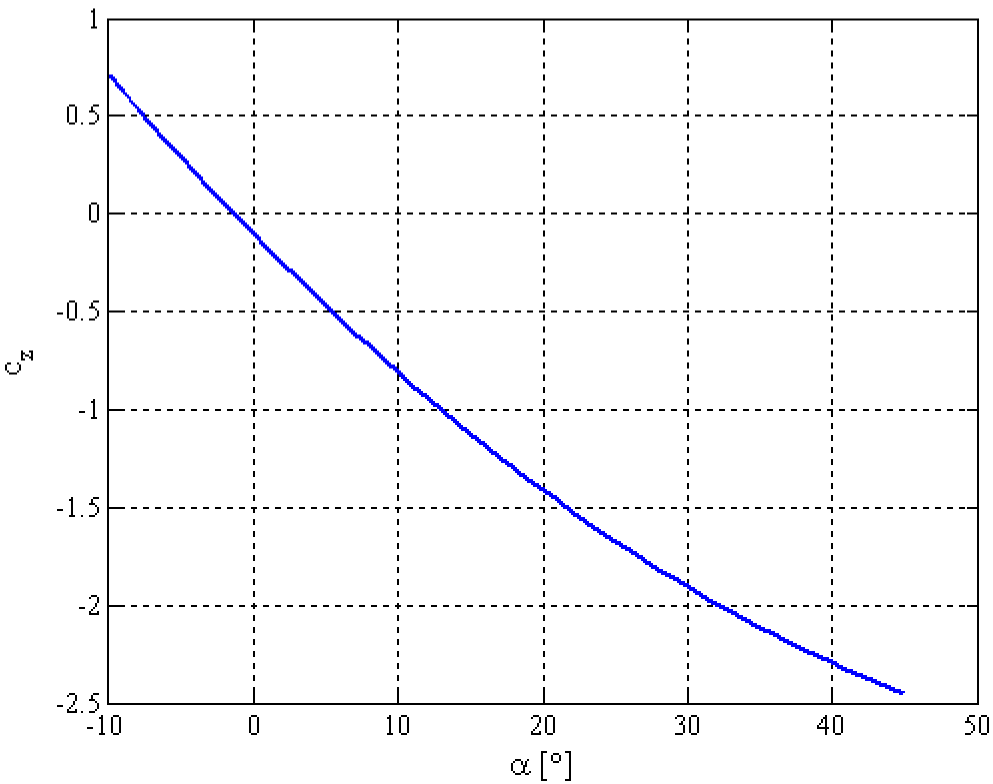
$$c_{x,t} = c_x(\alpha, \delta_e) + c_{xq}(\alpha)\tilde{q}$$

$$c_{z,t} = c_z(\alpha, \delta_e) + c_{zq}(\alpha)\tilde{q} \qquad \tilde{q} = \frac{Q\bar{c}}{2V}$$

$$c_{m,t} = c_m(\alpha, \delta_e) + c_{mq}(\alpha)\tilde{q}$$

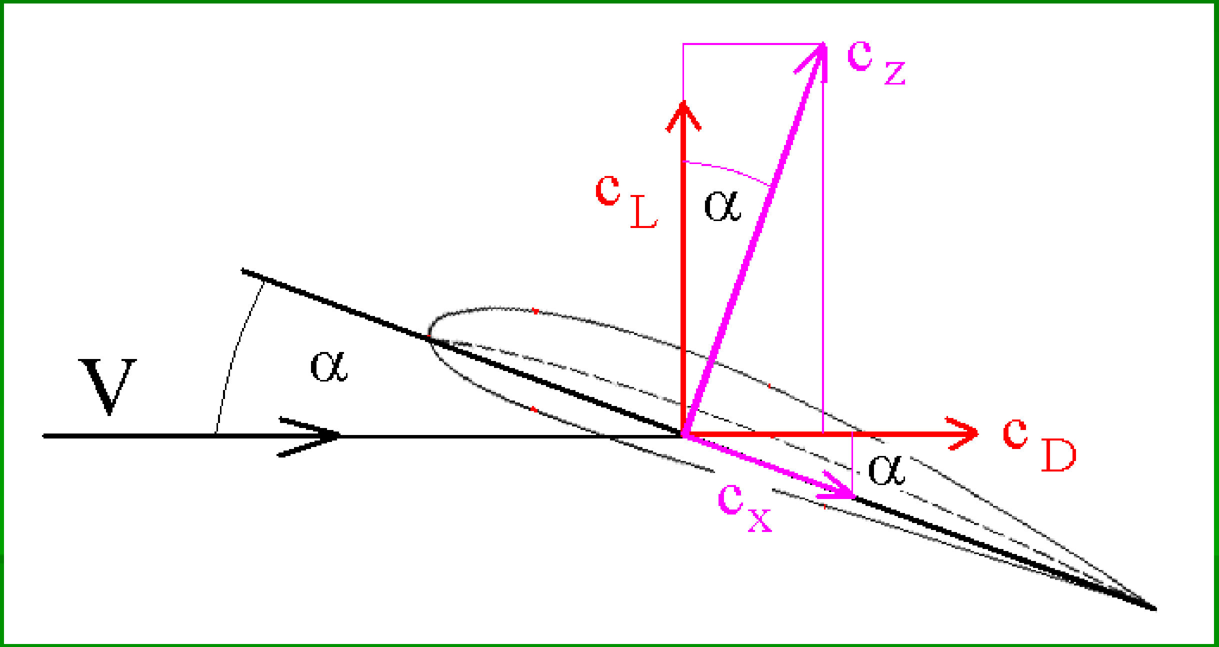
A megadott c_x és c_z légerő tényezők állásszög függése Q=0 bólintó szögsebesség és zérus magassági kormány kitérítés mellett





Aerodinamikai modell 3.

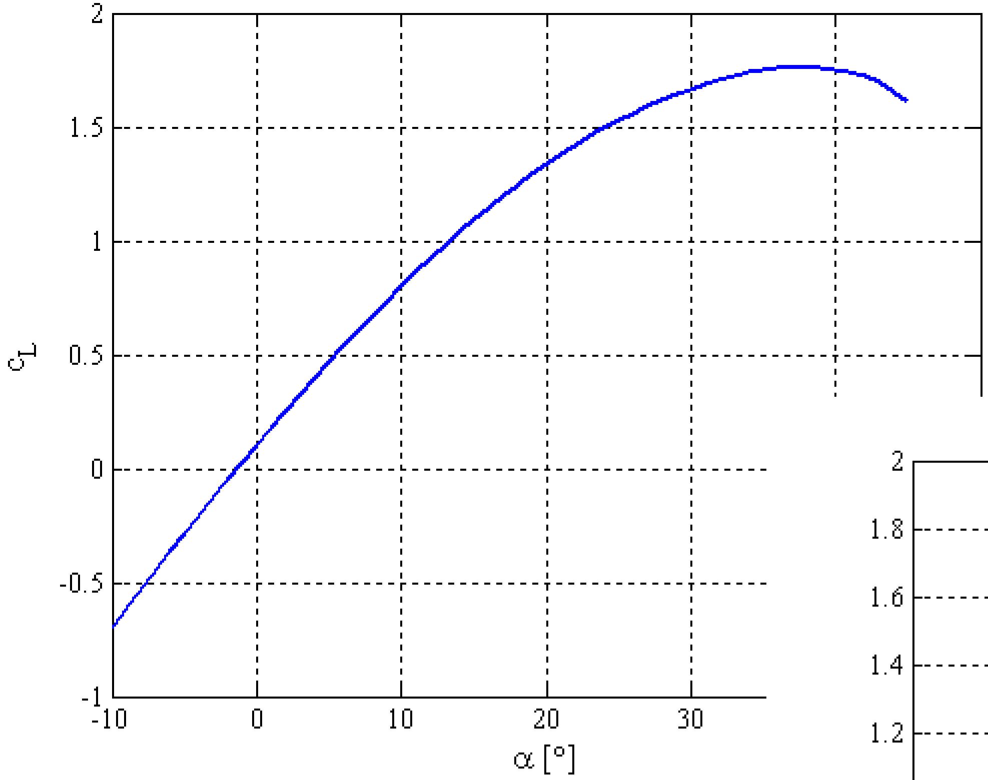
A felhajtóerő és ellenállás tényezők minden állásszögön a megfúvásra merőleges és megfúvás irányú légerő komponensekként vannak értelmezve. Így a cx és cz tényezők átszámítása szükséges, hogy felrajzolhassuk a felhajtóerő tényező – állásszög függvényt és az ellenálláserő tényező – állásszög függvényt:

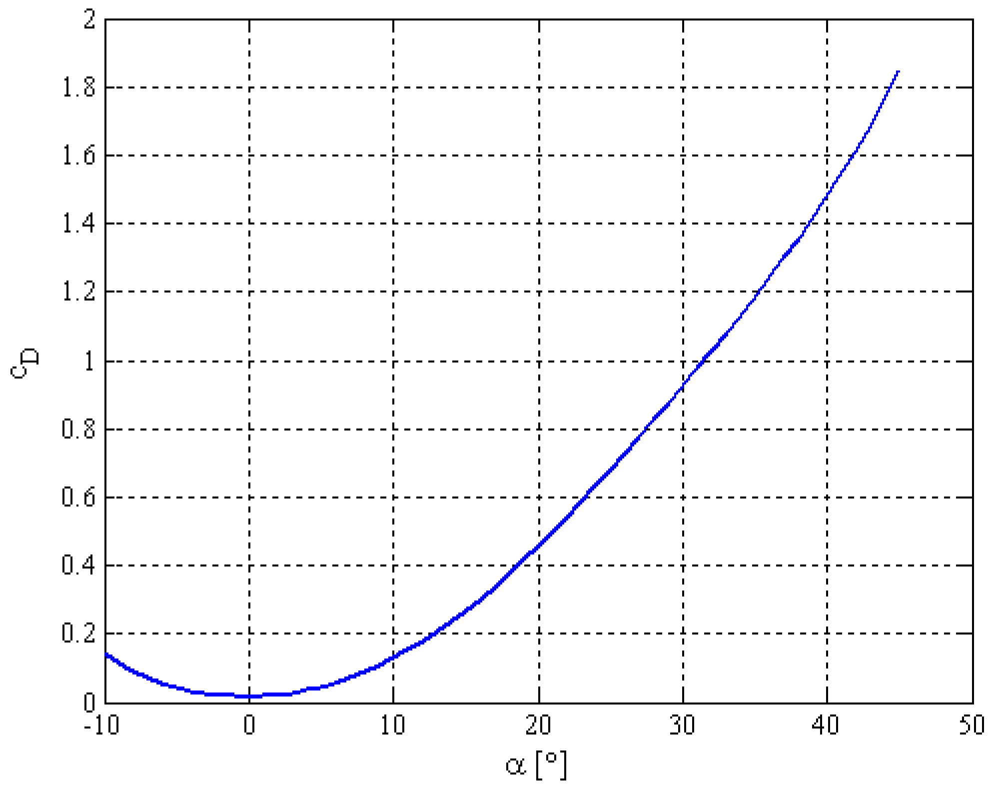


$$c_L = c_z \cos\alpha - c_x \sin\alpha$$

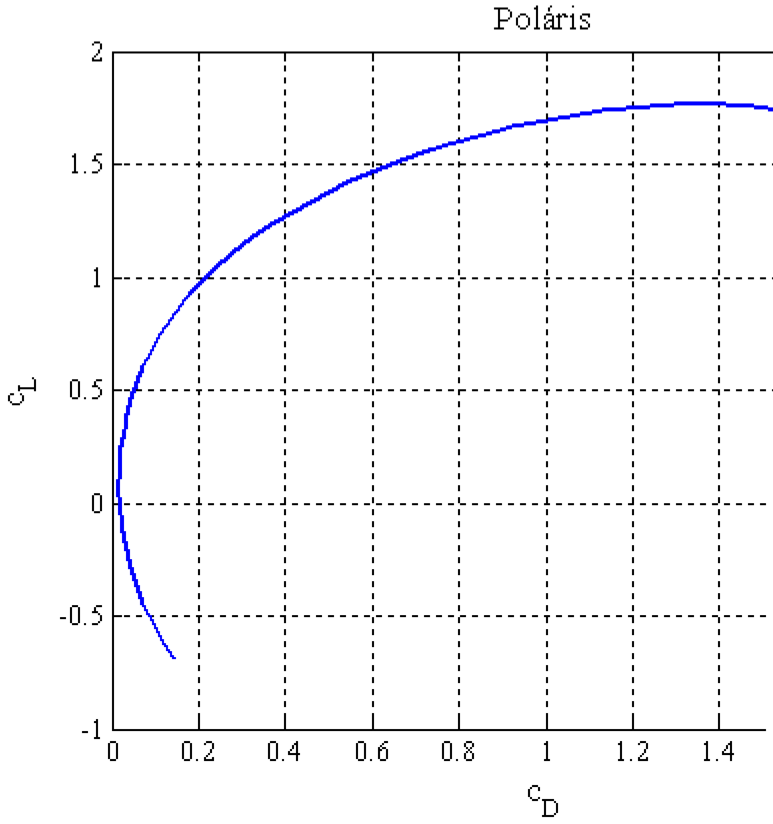
$$c_D = c_x \cos\alpha + c_z \sin\alpha$$

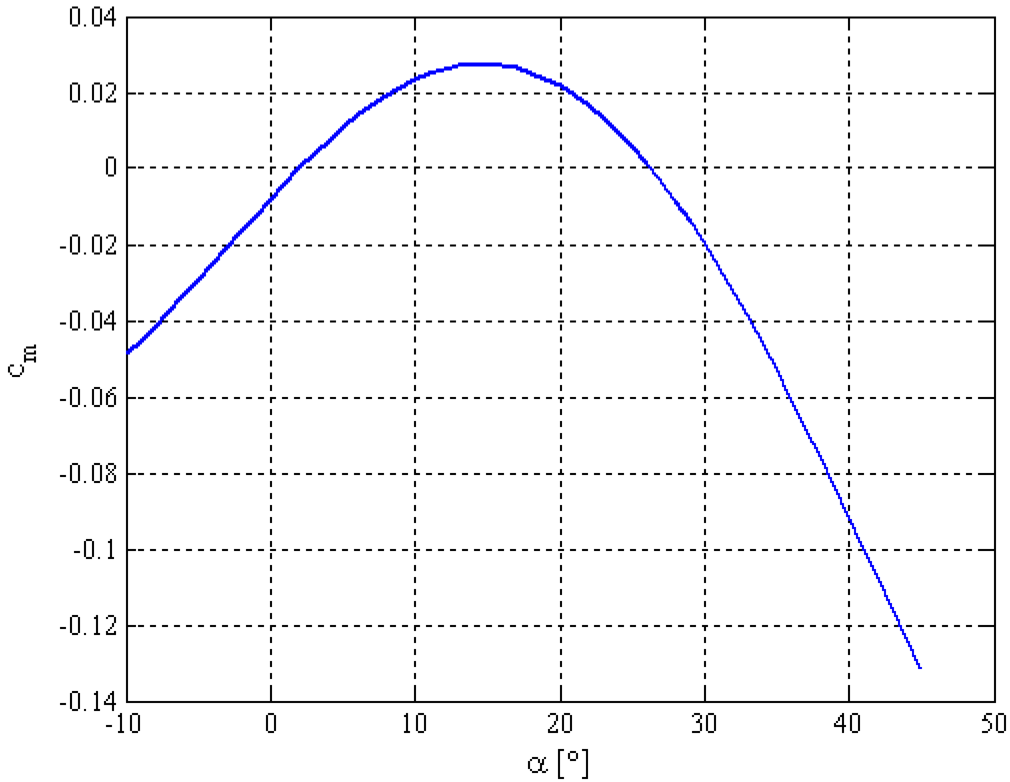
A kiszámolt c_L és c_D felhajtóerő és ellenállás tényezők állásszög függése Q=0 bólintó szögsebesség és zérus magassági kormány kitérítés mellett





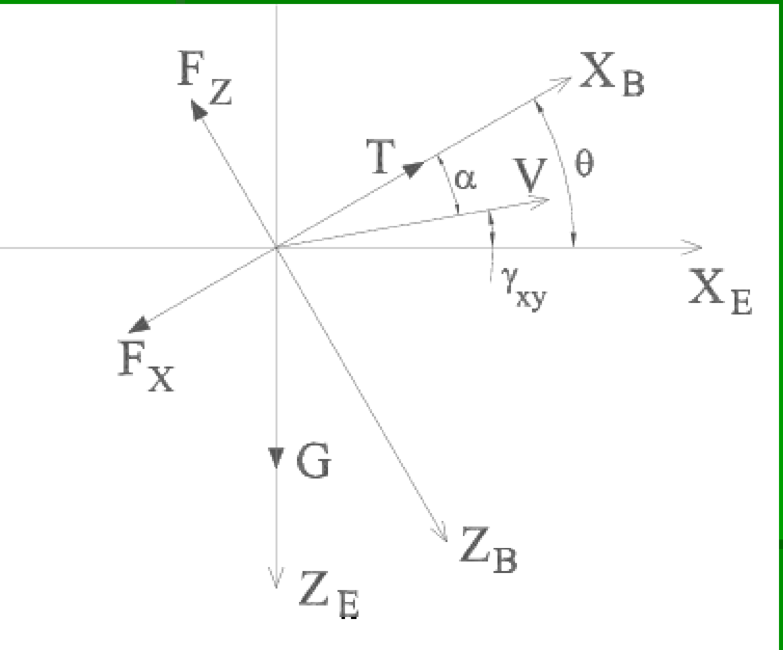
Az F-16 típusú repülőgép polárisa és kereszttengely körüli nyomatéki tényezője az állásszög függvényében Q=0 szögsebesség és zérus magassági kormány kitérítés esetén





Trimmpont keresése

A cél trimmpont megtalálása (állásszög, magassági kormány kitérítés és tolóerő meghatározása) vízszintes, egyenes vonalú repülésben V=136 m/s Q=0 rad/s sebességek mellett.

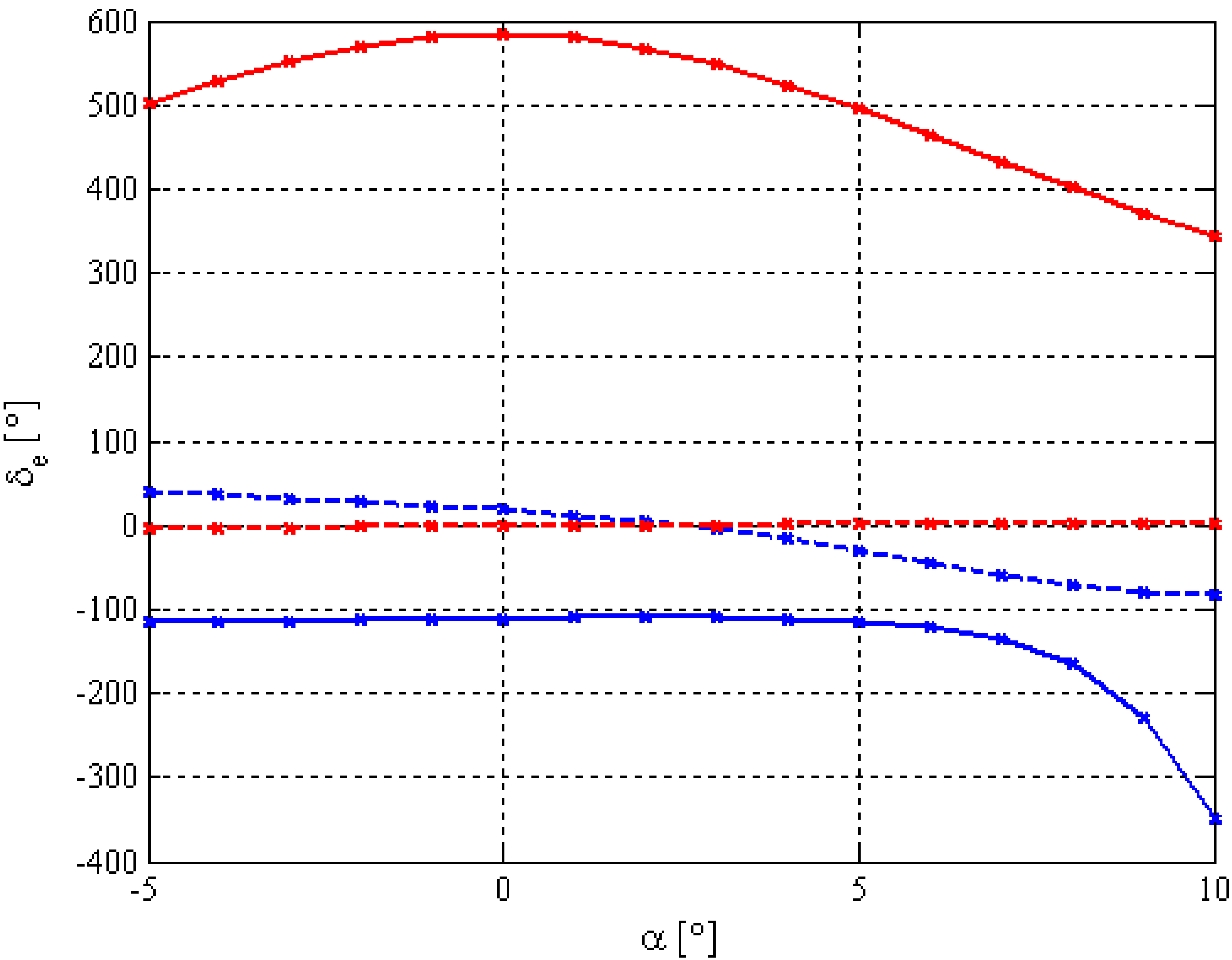


$$\gamma_{xy} = 0° \quad \theta_0 = \alpha_0 = ? \quad \delta_e^0 = ? \quad T_0 = ?$$

1. $$\left.\begin{aligned} \sum F_z &= \frac{\rho}{2} V^2 S c_z(\alpha, \delta_e) + G\cos\alpha = 0 \\ \sum M &= \frac{\rho}{2} V^2 S \bar{c} c_m(\alpha, \delta_e) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha_0, \delta_e^0$$

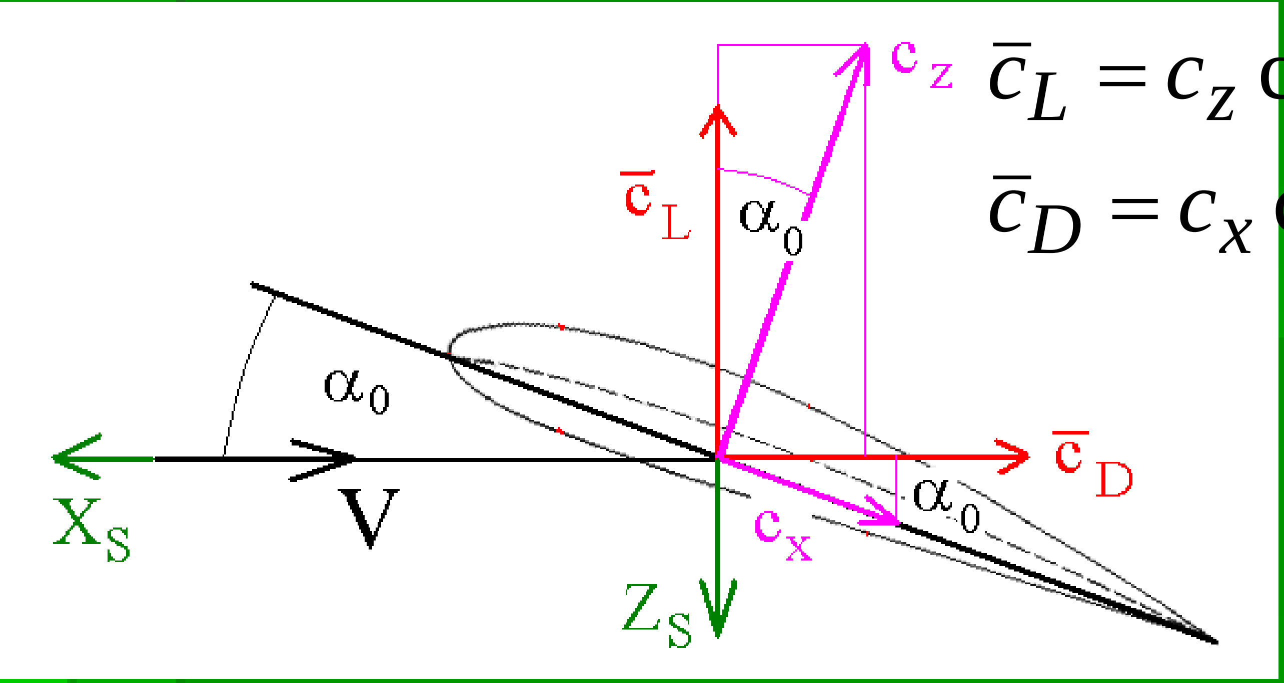
2. $$\sum F_x = \frac{\rho}{2} V^2 S c_x(\alpha, \delta_e) - G\sin\alpha + T = 0 \Rightarrow T_0$$

Az 1. pont megoldásához állásszög függvényében ábrázoljuk az erő és nyomatéki egyensúly fenntartásához szükséges magassági kormány kitérítéseket. Ahol a két görbe metszi egymást, ott van a trimmpont:


600
500
400
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-5
0
5
10
δ_e [°]
α [°]

Longitudinális egyenletek 1.

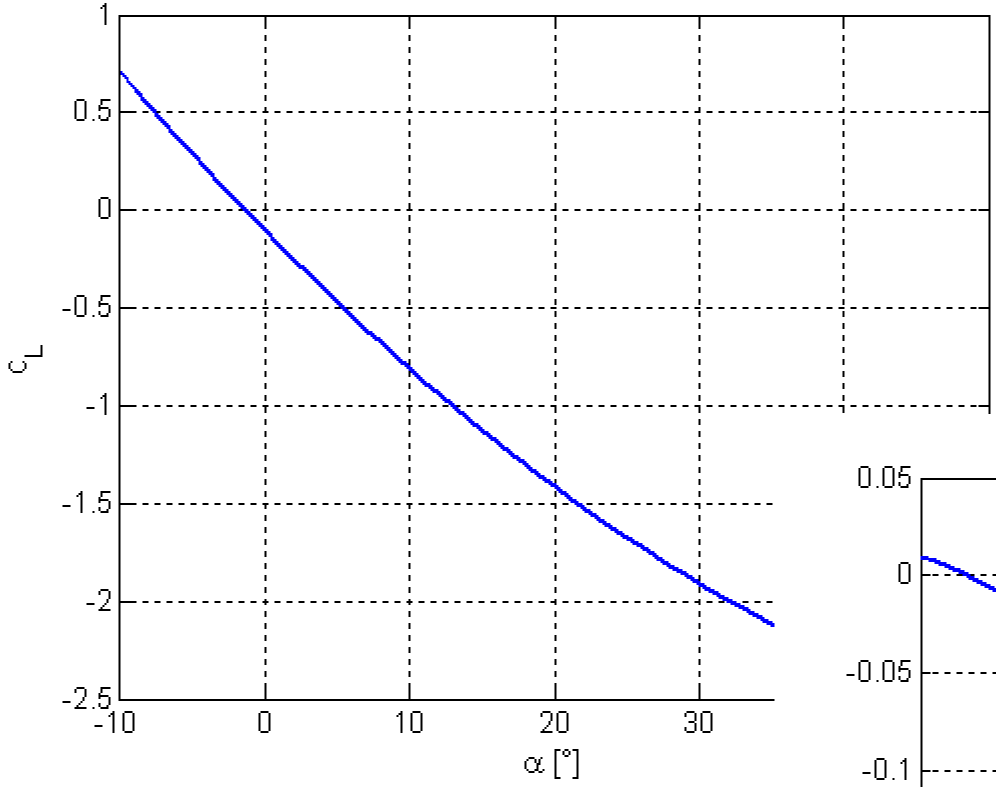
1. Áttérés stabilitási koordináta rendszerbe (stability axes)
2. Linearizálás a trimmpont környezetében
3. Az egyenletek mátrixos felírása

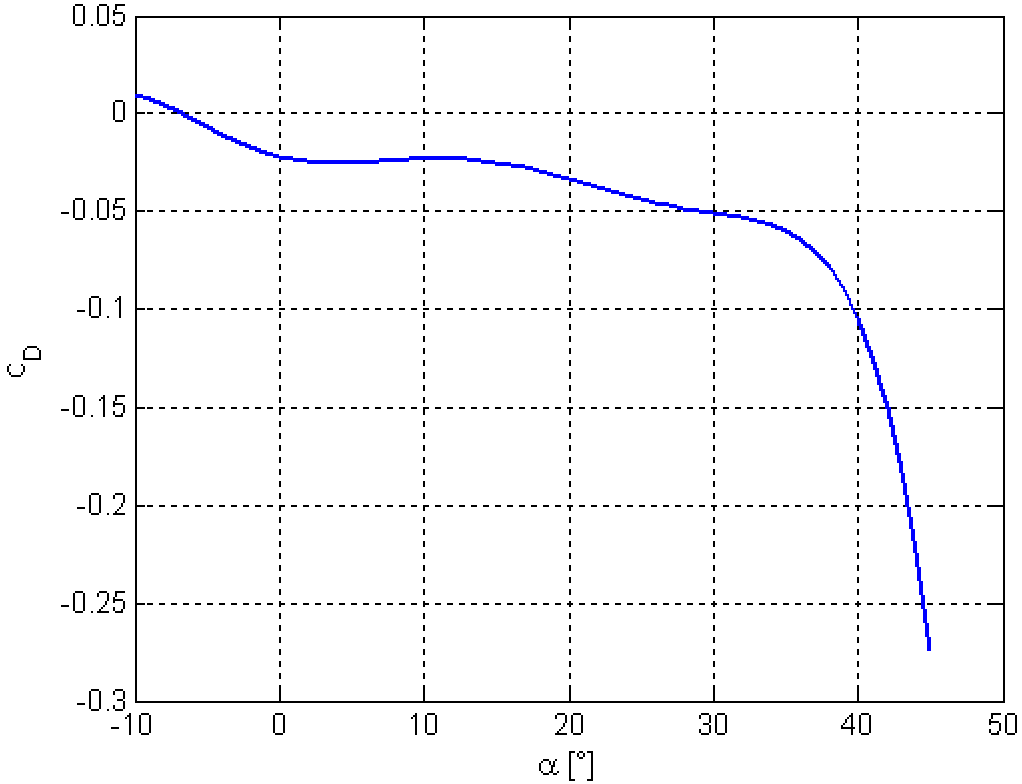


$$\bar{c}_L = c_z \cos\alpha_0 - c_x \sin\alpha_0$$

$$\bar{c}_D = c_x \cos\alpha_0 + c_z \sin\alpha_0$$

A stabilitási koordináta rendszerben értelmezett felhajtóerő és ellenállás tényezők állásszög függése Q=0 bólintó szögsebesség és zérus magassági kormány kitérítés mellett





Longitudinális egyenletek 2.

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{u}\\ \Delta\dot{w}\\ \Delta\dot{Q}\\ \Delta\dot{\theta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial Q}\Big|_0-w_0 & -\cos\theta_0\cdot g\\ \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial Q}\Big|_0+u_0 & -\sin\theta_0\cdot g\\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial Q}\Big|_0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta u\\ \Delta w\\ \Delta Q\\ \Delta\theta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial\delta_e}\Big|_0 & \frac{1}{m}\cos\alpha_0\\ \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial\delta_e}\Big|_0 & -\frac{1}{m}\sin\alpha_0\\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial\delta_e}\Big|_0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_e\\ \Delta T\end{bmatrix}$$

Stabilitási rendszerben:

$$V=\sqrt{u^2+w^2}\quad V_0=136\frac{m}{s}\quad u_0=V_0\quad w_0=0\quad \theta_0=0$$

$$\underline{T}_0=\left[T_0\cos\alpha_0\quad -T_0\sin\alpha_0\right]^T\quad \alpha_0,\delta_e^0\ adott$$

$$\Delta\alpha=\frac{\Delta w}{u_0}\quad \Delta\gamma=\Delta\theta-\Delta\alpha$$

Longitudinális egyenletek 3.

$$\bar{L} = \frac{\rho}{2}\left(u^2 + w^2\right)S \cdot \bar{c}_L(\alpha, \delta_e) + \frac{\rho}{2} VS \cdot \bar{c}_{Lq}(\alpha)\frac{Q\bar{c}}{2}$$

$$\bar{D} = \frac{\rho}{2}\left(u^2 + w^2\right)S \cdot \bar{c}_D(\alpha, \delta_e) + \frac{\rho}{2} VS \cdot \bar{c}_{Dq}(\alpha)\frac{Q\bar{c}}{2}$$

$$M = \frac{\rho}{2}\left(u^2 + w^2\right)S \cdot c_m(\alpha, \delta_e) + \frac{\rho}{2} VS \cdot c_{mq}(\alpha)\frac{Q\bar{c}}{2}$$

$$\left.\frac{\partial \bar{L}}{\partial u}\right|_0 = \rho u_0 S \cdot \bar{c}_L\left(\alpha_0, \delta_e^0\right) \quad \left.\frac{\partial \bar{L}}{\partial w}\right|_0 = 0 \quad \left.\frac{\partial \bar{L}}{\partial Q}\right|_0 = \frac{\rho}{4} V_0 S \cdot \bar{c}_{Lq}(\alpha_0)\bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial \bar{D}}{\partial u}\right|_0 = \rho u_0 S \cdot \bar{c}_D\left(\alpha_0, \delta_e^0\right) \quad \left.\frac{\partial \bar{D}}{\partial w}\right|_0 = 0 \quad \left.\frac{\partial \bar{D}}{\partial Q}\right|_0 = \frac{\rho}{4} V_0 S \cdot \bar{c}_{Dq}(\alpha_0)\bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial M}{\partial u}\right|_0 = \rho u_0 \bar{c} S \cdot c_m\left(\alpha_0, \delta_e^0\right) \quad \left.\frac{\partial M}{\partial w}\right|_0 = 0 \quad \left.\frac{\partial M}{\partial Q}\right|_0 = \frac{\rho}{4} V_0 S \cdot c_{xq}(\alpha_0)\bar{c}^2$$

Longitudinális egyenletek 4.

$$\left.\frac{\partial \bar{L}}{\partial \alpha}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \cdot \left.\frac{\partial \bar{c}_L\left(\alpha, \delta_e^0\right)}{\partial \alpha}\right|_{\alpha_0} \qquad \left.\frac{\partial \bar{L}}{\partial \delta_e}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \cdot \left.\frac{\partial \bar{c}_L\left(\alpha_0, \delta_e\right)}{\partial \delta_e}\right|_{\delta_e^0}$$

$$\left.\frac{\partial \bar{D}}{\partial \alpha}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \cdot \left.\frac{\partial \bar{c}_D\left(\alpha, \delta_e^0\right)}{\partial \alpha}\right|_{\alpha_0} \qquad \left.\frac{\partial \bar{D}}{\partial \delta_e}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \cdot \left.\frac{\partial \bar{c}_D\left(\alpha_0, \delta_e\right)}{\partial \delta_e}\right|_{\delta_e^0}$$

$$\left.\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \bar{c} \cdot \left.\frac{\partial c_m\left(\alpha, \delta_e^0\right)}{\partial \alpha}\right|_{\alpha_0} \qquad \left.\frac{\partial M}{\partial \delta_e}\right|_0 = \frac{\rho}{2} V_0^2 S \bar{c} \cdot \left.\frac{\partial c_m\left(\alpha_0, \delta_e\right)}{\partial \delta_e}\right|_{\delta_e^0}$$

$$x = \begin{bmatrix} \Delta u & \Delta w & \Delta Q & \Delta \theta & \Delta \alpha \end{bmatrix}^T \qquad \dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = \begin{bmatrix} \Delta u & \Delta \theta - \Delta \alpha \end{bmatrix}^T \qquad y = Cx$$

Longitudinális egyenletek 5.

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{u} \\ \Delta\dot{w} \\ \Delta\dot{Q} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial Q}\Big|_0 & -g & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial \alpha}\Big|_0 \\ \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial Q}\Big|_0 + u_0 & 0 & \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial \alpha}\Big|_0 \\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial Q}\Big|_0 & 0 & \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial \alpha}\Big|_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{mu_0}\frac{\partial\overline{L}}{\partial u}\Big|_0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial\overline{L}}{\partial w}\Big|_0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial\overline{L}}{\partial Q}\Big|_0 + 1 & 0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial\overline{L}}{\partial \alpha}\Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta Q \\ \Delta\theta \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{D}}{\partial \delta_e}\Big|_0 & \frac{1}{m}\cos\alpha_0 \\ \frac{1}{m}\frac{\partial\overline{L}}{\partial \delta_e}\Big|_0 & -\frac{1}{m}\sin\alpha_0 \\ \frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial \delta_e}\Big|_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{mu_0}\frac{\partial\overline{L}}{\partial \delta_e}\Big|_0 & -\frac{1}{mu_0}\sin\alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_e \\ \Delta T \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta Q \\ \Delta\theta \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}$$

Laterális egyenletek (a részleteket mellőzve)

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{v}\\ \Delta\dot{P}\\ \Delta\dot{R}\\ \Delta\dot{\phi}\\ \Delta\dot{\psi}\\ \Delta\dot{\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial P}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial R}\Big|_0 & g\cos\theta_0 & 0 & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial \beta}\Big|_0\\ L_v & L_P & L_R & 0 & 0 & L_\beta\\ N_v & N_P & N_R & 0 & 0 & N_\beta\\ 0 & 1 & tg\theta_0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos\theta_0} & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial v}\Big|_0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial P}\Big|_0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial R}\Big|_0 & \frac{g\cos\theta_0}{u_0} & 0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial \beta}\Big|_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta v\\ \Delta P\\ \Delta R\\ \Delta\phi\\ \Delta\psi\\ \Delta\beta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_r}\Big|_0 & \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_a}\Big|_0\\ L_{\delta_r} & L_{\delta_a}\\ N_{\delta_r} & N_{\delta_a}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_r}\Big|_0 & \frac{1}{mu_0}\frac{\partial F_y}{\partial \delta_a}\Big|_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_r\\ \Delta\delta_a\end{bmatrix}$$

$$y=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta v\\ \Delta P\\ \Delta R\\ \Delta\phi\\ \Delta\psi\\ \Delta\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta R\\ \Delta\beta\end{bmatrix}\qquad \Delta\beta=\frac{\Delta v}{u_0}$$